BILTEN

54. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
FEDERALNO PRVENSTVO IZ MATEMATIKE
UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA

Duboki Potok, 10. maj 2014. godine

Srebrenik se u povijesti prvi put pominje godine 1333. Prvi pisani dokument o postojanju ovog drevnog grada jeste povelja Stjepana II. Kotromanića kojom on, kao bosanski ban, Dubrovačkoj republici ustupa Ston i Rat, otvarajući trgovačke puteve Dubrovnika s Bosnom. U to vrijeme Srebrenik je bio i prijestolnica srednjovjekovne Bosne kojom su vladali Kotromanići, utemeljivši njene najprostranije granice. Bosna se tada prostirala od Save na sjeveru, Zadra i Knina na zapadu i Herceg Novog na jugoistoku. Ugarski kralj Matija Korvin u listopadu 1464. prodire s vojskom u sjeveroistočnu Bosnu i zauzima Srebrenik. Od osvojenih krajeva uspostavlja Srebreničku banovinu, koju uređuje po strogim vojničkim principima. Za zapovjednika Banovine postavlja hrvatskog velikaša Nikolu Iločkog.
O zauzimanju Srebrenika od strane Osmanlija postoje dvije povijesne verzije: po prvoj Srebrenik je osvojen 1512.godine, zajedno sa Teočakom. Druga je verzija da je 1521. godine bosanski sandžak-beg Feriz-beg zauzeo Srebrenik, Sokol i Tešanj. Interesantno je narodno predanje o zauzimanju Srebrenika od strane Osmanlija. Kako je osmanlijska vojska bila brojčano nadmoćna, branitelji Srebrenika su u toku noći napustili grad, potkovavši konje naopako da bi prikrili tragove svog povlačenja. Zbog tragova kopita Osmanlije su mislili da je gradu stigla pomoć i dugo su oklijevali da ga pokušaju zauzeti. Nema pouzdanih podataka o tome kada je sagrađena srebrenička tvrđava, ali je posve sigurno da su je sagradili Mađari za vrijeme njihove vladavine u Bosni. Dograđivali su je Osmanlije, o čemu svjedoči dograđena džamija koja je služila za potrebe posade, odnosno turskih askera.
U periodu poslije Osmanlija Srebrenik je bio u izvjesnoj povijesnoj zaleđini, tako da nema puno svjedočenja o gradu u razdoblju austro-ugarske vladavine nitiKraljevine Jugoslavije. Ponovno povijesno buđenje Srebrenik doživljava u periodu poslije Drugog svjetskog rata. Gradnja pruge Brčko-Banovići i putne dionice Županja-Sarajevo-Opuzen daje Srebreniku impuls napretka i oživljavanja.

Osnovna škola "Duboki Potok" vodi porijeklo od prve četverorazredne škole, osnovane u Seoni 1929. godine. Godine 1940. dolazi do otvaranja novih školskih objekata u Cagama i Ljenobudu, a 1952. godine osnivaju se škole u Dedićima i Kugama. Ove škole su osnovane kao četverorazredne dok istovremeno, osnovna škola u Seoni prerasta u šestorazrednu i kao takva radi do 1964. godine. Sve navedene škole rade samostalno do kraja 1962. godine, kada su pripojene matičnoj školi u Tinji..
Na zajedničkoj sjednici Općinskog vijeća i Vijeća radnih zajednica, od 29.12.1966. godine, Skupština općine Srebrenik donijela je rješenje o osnivanju osnovne škole u Ljenobudu, broj: 01-4505/66. pod nazivom Osnovna škola "Hasan Kikić".
Školske 1967/68. (27.11.1967.godine) sjedište škole prelazi u školsku zgradu u Dubokom Potoku, koja je sagrađena u okviru projekta "1000 osnovnih škola".
Tada se formira centralna osnovna škola u Dubokom Potoku sa područnim školama Seona, Dedići, Cage, Kuge i Ljenobud.
Kao Javna ustanova Osnovna škola "Duboki Potok" djeluje od 26.07.1993. godine.

UDRUŽENJE MATEMATIČARA TUZLANSKOG KANTONA - UM TK

54. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
FEDERALNO PRVENSTVO IZ MATEMATIKE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA
(Duboki Potok, 10. maj 2014. godine)

ZADACI

VII/9 I VI/8 razred

1. Ako a i b označavaju cifre, koliko ima četverocifrenih brojeva oblika $\overline{3ab4}$ djeljivih sa 9. Koji su to brojevi?

2. U jednom odjeljenju sedmih razreda na jednom nastavnom satu broj odsutnih učenika je činio $\frac{1}{6}$ broja prisutnih učenika. Nastavnik je poslao jednog učenika da donese kredu iz zbornice i tada je broj odsutnih učenika bio jednak $\frac{1}{5}$ prisutnih. Koliko ukupno učenika ima u tom odjeljenju?

3. Neka je ABC pravougli trougao. Dokazati da je simetrala pravog ugla istovremeno i simetrala između visine i težišnice na hipotenuzu.

4. Odrediti sve proste brojeve p i q takve da je $3p^2q + 2pq^2 = 483$.

5. Neka je $ABCDEF$ šestougao. Stranice i dijagonale tog šestougla su obojene u dvije boje: neke plavom, a neke žutom. Dokazati da postoji trougao s tjemenima u skupu $\{A, B, C, D, E, F\}$ čije su sve tri stranice iste boje.

VIII/9 I VII/8 razred

1. Ako za brojeve a, b i c vrijedi $a : b = 4 : 3$, $b : c = 2 : 5$, odrediti vrijednost izraza

$$(3a - 2b) : (b + 2c)\,.$$

2. Poznato je da sirova pšenica sadrži 70% vlage, a suha pšenica 10% vlage. Jedan mlinar je kupio 3 tone sirove pšenice po cijeni $0,4\ KM$ po kilogramu. Po kojoj cijeni mlinar treba da prodaje suhu pšenicu kako bi imao zaradu od 80%?

3. Neka je $ABCD$ trapez sa osnovicama AB i CD i neka je $AB = a, BC = b, CD = c, DA = d, AC = m$ i $BD = n$. Poznato je da vrijedi: $m^2 + n^2 = (a + c)^2$.

a) Dokazati da su AC i BD međusobno okomite.

b) Dokazati da je $ac < bd$.

4. Prirodni broj n pri dijeljenju sa 3 daje ostatak a, pri dijeljenju sa 5 daje ostatak b i pri dijeljenju sa 7 daje ostatak c. Odrediti ostatak pri dijeljenju broja n sa 105 ako je poznato da je $4a + 3b + 2c = 30$.

5. Od cifara $0, 1, 3, 4, 7$ i 9 napisani su svi petocifreni brojevi kod kojih su sve cifre različite. Koliko među njima ima onih koji nisu djeljivi sa 5?

IX/9 i VIII/8 razred

1. Uporediti po veličini brojeve

$$A = 5 + 2\sqrt{5} \quad \text{i} \quad B = \sqrt{45 + 20\sqrt{5}}.$$

2. Odrediti vrijednost izraza

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$$

ako za realne brojeve x, y i z vrijedi $xyz = 1$.

3. Neka je BK simetrala ugla $\angle ABC$ trougla $\triangle ABC$. Odrediti uglove trougla $\triangle ABC$ ako je $\overline{BK} = \overline{KC} = 2\overline{AK}$.

(Uputa: ako je BK simetrala ugla $\angle ABC$ trougla $\triangle ABC$, tada je $\overline{AK} : \overline{CK} = \overline{AB} : \overline{BC}$.)

4. Odrediti sve proste brojeve p i q takve da je $(2p - q)^2 = 17p - 10q$.

5. Koliko ima četverocifrenih brojeva kod kojih su dvije cifre parne, a druge dvije neparne?

RJEŠENJA

VII/9 I VI/8 razred

1. *Ako a i b označavaju cifre, koliko ima četverocifrenih brojeva oblika $\overline{3ab4}$ djeljivih sa 9. Koji su to brojevi?*

Rješenje: Da bi broj $\overline{3ab4}$ bio djeljiv sa 9 mora zbir njegovih cifara biti djeljiv sa 9, to jest $9 \mid (7+a+b)$. Kako su a i b cifre, to je $0 \leq a+b \leq 18$, pa je $7 \leq 7+a+b \leq 25$. Između 7 i 25 jedini brojevi djeljivi sa 9 su 9 i 18. Dakle, $7+a+b \in \{9,18\}$, odnosno $a+b \in \{2,11\}$. Tako dobijemo da je: $(a,b) \in \{(0,2),(1,1),(2,0),(2,9),(3,8),(4,7),(5,6),(6,5),(7,4),(8,3),(9,2)\}$. Zaključujemo da traženih brojeva ima ukupno 11 i to su: 3024, 3114, 3204, 3294, 3384, 3474, 3564, 3654, 3744, 3834, 3924.

2. *U jednom odjeljenju sedmih razreda na jednom nastavnom satu broj odsutnih učenika je činio $\frac{1}{6}$ broja prisutnih učenika. Nastavnik je poslao jednog učenika da donese kredu iz zbornice i tada je broj odsutnih učenika bio jednak $\frac{1}{5}$ prisutnih. Koliko ukupno učenika ima u tom odjeljenju?*

Rješenje: Označimo sa $\mathcal{O}$ broj odsutnih, a sa $\mathcal{P}$ broj prisutnih učenika na nastavnom satu prije nego je izašao jedan učenik po kredu. Dakle, tada je $\mathcal{O} = \frac{1}{6}\mathcal{P}$, a nakon što je jedan učenik izašao po kredu stanje je ovako

$$\mathcal{O} + 1 = \frac{1}{5}(\mathcal{P} - 1). \qquad (1)$$

Zamjenom $\mathcal{O} = \frac{1}{6}\mathcal{P}$ u (1), imamo

$$\frac{1}{6}\mathcal{P} + 1 = \frac{1}{5}(\mathcal{P} - 1),$$

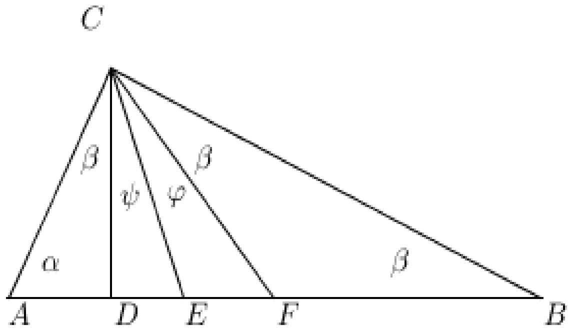
odnosno

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{5} &= \frac{1}{5}\mathcal{P} - \frac{1}{6}\mathcal{P} \\ \Leftrightarrow \quad \frac{6}{5} &= \frac{1}{30}\mathcal{P} \\ \Leftrightarrow \quad \frac{36}{30} &= \frac{\mathcal{P}}{30}, \end{aligned}$$

odakle je $\mathcal{P} = 36$, a samim tim je $\mathcal{O} = 6$. Dakle, u odjeljenju je ukupno $\mathcal{P} + \mathcal{O} = 42$ učenika.

3. *Neka je ABC pravougli trougao. Dokazati da je simetrala pravog ugla istovremeno i simetrala između visine i težišnice na hipotenuzu.*

Rješenje: Neka je ABC pravougli trougao sa pravim uglom u tjemenu C. Neka su D, E i F tačke na hipotenuzi takve da je CD visina, CE simetrala ugla $\angle ACB$ i CF težišnica. Kako centar opisane kružnice pravouglog trougla leži u središtu hipotenuze, to je F centar opisane kružnice oko trougla ABC. Tada je $\overline{AF} = \overline{FB} = \overline{FC}$. To znači da su trouglovi BCF i AFC jednakokraki.



Naspram jednakih stranica trougla leže jednaki uglovi, pa je $\angle FAC = \angle ACF$ i $\angle FBC = \angle BCF$. Stavimo $\beta = \angle FBC$, $\alpha = \angle BAC$, $\angle DCE = \psi$ i $\angle ECF = \varphi$. Kako je CE simetrala pravog ugla, to je $\angle ACE = \angle ECB = 45^0$. S druge strane je $\angle ECB = \angle ECF + \angle FCB = \varphi + \beta$, to je $45^0 = \varphi + \beta$. Odavde je $\varphi = 45^0 - \beta$. Takođe je $\angle ACD = 90^0 - \alpha = \beta$, pa je $45^0 = \angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = \beta + \psi$. Odavde je $\psi = 45^0 - \beta$. Ranije smo dokazali da je $\varphi = 45^0 - \beta$, pa je $(45^0 - \psi = 45^0 - \varphi$, tj.) $\psi = \varphi$. Dakle, CE je simetrala ugla $\angle DCF$, što je i trebalo dokazati.

4. *Odrediti sve proste brojeve p i q takve da je $3p^2q + 2pq^2 = 483$.*

Rješenje: Iz $3p^2q+2pq^2 = 483$ slijedi (na osnovu zakona distribucije ili izvlačenjem zajedničkog faktora ispred zagrade) $pq\,(3p + 2q) = 483$. Broj 483 ima faktorizaciju $483 = 3 \cdot 7 \cdot 23$ na proste faktore. Ako je $q = p$, onda imamo $5p^3 = 483$. Kako $5 \nmid 483$, to u ovom slučaju nemamo rješenja. Dakle, p i q su različiti prosti brojevi, pa svaki od njih dijeli bar jedan od brojeva 3, 7 i 23. Kako su brojevi 3, 7 i 23 prosti, to je $p = 3$ ili $p = 7$ ili $p = 23$. No, zbog $3p + 2q > p$ i $3p + 2q > q$, imamo da je $3p + 2q = 23$. To znači da je $p = 3$ ili $p = 7$.

Ako je $p = 3$, onda je $23 = 3 \cdot 3 + 2q$, pa je $q = 7$.

Ako je $p = 7$, onda je $23 = 3 \cdot 7 + 2q$, pa je $q = 1$. Kako 1 nije prost broj, to nije $p = 7$. Dakle, jedino rješenje je $p = 3, q = 7$.

5. *Neka je $ABCDEF$ šestougao. Stranice i dijagonale tog šestougla su obojene u dvije boje: neke plavom, a neke žutom. Dokazati da postoji trougao s tjemenima u skupu $\{A, B, C, D, E, F\}$ čije su sve tri stranice iste boje.*

Rješenje: Posmatrajmo sve duži čiji je jedan kraj u tački A. To su: AB, AC, AD, AE i AF. Ovih pet duži su obojene u dvije boje tako da su neke obojene plavom, a neke žutom bojom. Kako imamo pet duži i dvije boje, to su bar tri od ovih pet duži obojene istom bojom. Neka su, npr. AC, AD i AF obojene plavom bojom. Sada posmatramo duži: CD, CF i DF.

Ako su ove tri duži obojene istom bojom, onda je CDF traženi trougao.

Ako ove tri duži nisu obojene istom bojom, onda je bar jedna onjih obojena plavom bojom. Neka je npr, DF plave boje. Tada je ADF traženi trougao.

VIII/9 I VII/8 razred

1. *Ako za brojeve a, b i c vrijedi $a : b = 4 : 3$, $b : c = 2 : 5$, odrediti vrijednost izraza*

$$(3a - 2b) : (b + 2c) .$$

Rješenje: Iz $a : b = 4 : 3$, slijedi $a = \frac{4}{3}b$, a iz $b : c = 2 : 5$, slijedi $b = \frac{2}{5}c$. Zbog toga je

$$a = \frac{4}{3}b = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5}c = \frac{8}{15}c,$$

pa imamo

$$\begin{aligned}(3a - 2b) \quad &: \quad (b + 2c) = \left(3 \cdot \frac{8}{15}c - 2 \cdot \frac{2}{5}c\right) : \left(\frac{2}{5}c + 2c\right) \\ &= \left(\frac{8}{5}c - \frac{4}{5}c\right) : \frac{2c + 10c}{5} = \frac{4c}{5} : \frac{12c}{5} \\ &= \frac{4c}{5} \cdot \frac{5}{12c} = \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

2. *Poznato je da sirova pšenica sadrži 70% vlage, a suha pšenica 10% vlage. Jedan mlinar je kupio 3 tone sirove pšenice po cijeni $0,4$ KM po kilogramu. Po kojoj cijeni mlinar treba da prodaje suhu pšenicu kako bi imao zaradu od 80%?*

Rješenje: Budući da se vlaga (voda) isparava, a suha tvar ostaje uvijek količinski ista, to je neophodno razmatrati procentni sadržaj suhe tvari i u sirovoj i u suhoj pšenici. Tako, sirova pšenica sadrži 30% suhe tvari, a suha pšenica sadrži 90% suhe tvari.

Zbog toga je u 3 tone, tj. u 3000 kg sirove pšenice sadržano

$$3000 \cdot \frac{30}{100} = 900$$

kilograma suhe tvari i ta je količina nepromijenjena i u suhoj pšenici.

Izračunajmo koliko će mlinar dobiti suhe pšenice sušenjem 3000 kg sirove pšenice. Označimo tu količinu sa x. U x je sadržano 90% suhe tvari i ona iznosi 900 kg, tj. vrijedi

$$x \cdot \frac{90}{100} = 900,$$

odakle je $x = 1000$ kg.

Preostaje da odredimo cijenu suhe pšenice po kojoj bi mlinar imao zaradu od 80%. To znači da vrijednost suhe pšenice treba da bude 80% veća od vrijednosti kupljene sirove pšenice. Mlinar je sirovu pšenicu ukupno platio $3000 \cdot 0,4 = 1200$ KM, pa zato suhu pšenicu treba da proda za $1200 \cdot 1,8 = 2160$ KM. Kako ukupno ima 1000 kg suhe pšenice, njena cijena bi trebala biti

$$C = \frac{2160}{1000} = 2,16 \quad (KM).$$

3. *Neka je $ABCD$ trapez sa osnovicama AB i CD i neka je $AB = a, BC = b, CD = c, DA = d, AC = m$ i $BD = n$. Poznato je da vrijedi: $m^2 + n^2 = (a + c)^2$.*

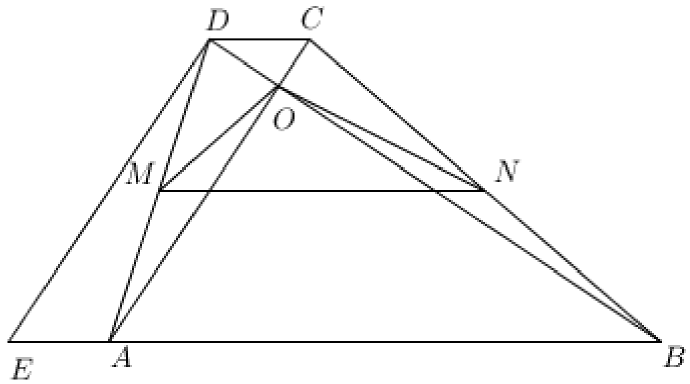
a) Dokazati da su AC i BD međusobno okomite.

b) Dokazati da je $ac < bd$.

Rješenje: a) Iz tačke D povucimo paralelu sa AC. Neka ta paralela siječe pravu AB u tački E. Četverougao $EACD$ je paralelogram, pa je $EA = DC = c$ i $DE = AC = d$. Posmatrajmo trougao EBD. Imamo $EB^2 = (a + c)^2$. Prema uslovu zadatka je $(a + c)^2 = m^2 + n^2$, pa je

$$EB^2 = m^2 + n^2 = ED^2 + DB^2.$$

To znači da je trougao EBD pravougli, pa je $ED \perp BD$, tj. $AC \perp BD$.



b) Neka su M i N sredine stranica AD i BC, respektvno. Tada je MN srednja linija trapeza pa je $MN = \frac{a+c}{2}$. Neka je O tačka presjeka dijagonala AC i BD trapeza. Kako je $AC \perp BD$, to su trouglovi AOD i BOC pravougli. Duži OM i ON su njihove težišnice koje odgovaraju hipotenuzi. Kao što znamo, težišnica koja odgovara hipotenuzi jednaka je polovini hipotenuze. Dakle, $OM = \frac{d}{2}$ i $ON = \frac{b}{2}$.
Posmatrajmo ΔMNO. Tu je $MN < OM + ON$, tj.

$$\frac{a+c}{2} < \frac{b+d}{2}, \quad \text{tj.} \quad a + c < b + d.$$

Odavde imamo

$$a^2 + 2ac + c^2 < b^2 + 2bd + d^2.$$

Iz pravouglih trouglova ABO i CDO imamo $a^2 = OA^2 + OB^2$ i $c^2 = OC^2 + OD^2$, tj. $a^2 + c^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2$. S druge strane, iz pravouglih trouglova AOD i BOC imamo $d^2 = AD^2 = OA^2 + OD^2$ i $b^2 = BC^2 = OC^2 + OB^2$. Dakle, $b^2 + d^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2 = a^2 + c^2$. Tada iz $a^2 + 2ac + c^2 < b^2 + 2bd + d^2$ slijedi $2ac < 2bd$, tj. $ac < bd$.

4. *Prirodni broj n pri dijeljenju sa 3 daje ostatak a, pri dijeljenju sa 5 daje ostatak b i pri dijeljenju sa 7 daje ostatak c. Odrediti ostatak pri dijeljenju broja n sa 105 ako je poznato da je $4a + 3b + 2c = 30$.*

Rješenje: Prema uvjetu zadatka vrijedi

$$\begin{aligned} n &= 3x + a, \ 0 \le a \le 2, \\ n &= 5y + b, \ 0 \le b \le 4, \\ n &= 7z + c, \ 0 \le c \le 6. \end{aligned}$$

Iz uvjeta $4a + 3b + 2c = 30$ slijedi da je b paran. Kako je $0 \leq b \leq 4$, to je $b = 0$ ili $b = 2$ ili $b = 4$.

Ako je $b = 0$, onda je $30 = 4a + 2c \leq 4 \cdot 2 + 2 \cdot 6 = 20$, što je nemoguće.

Ako je $b = 2$, onda je $30 = 4a + 6 + 2c \leq 4 \cdot 2 + 6 + 2 \cdot 6 = 26$, što je nemoguće.

Ako je $b = 4$, onda je $30 = 4a + 12 + 2c$, tj. $2a + c = 9$. Oavde slijedi da je c neparan broj manji od sedam. Ako je $c = 5$, onda je $a = 2$. Ako je pak $c = 3$, onda je $2a + 3 = 9$, pa je $a = 3$, što je u suprotnosti sa $a \leq 2$. Na isti način se pokaže da nemamo rješenja ni u slučaju $c = 1$.

Dakle, $a = 2, b = 4$ i $c = 5$. Tada je $n = 3x + 2$, $n = 5y + 4$ i $n = 7z + 5$. Iz prve i treće jednadžbe imamo $7z + 5 = 3x + 2$, tj. $7z + 3 = 3x$. Odavde slijedi da je broj z djeljiv sa 3. Neka je $z = 3u$. Tada je $n = 7z + 5 = 21u + 5$. Kako je $n = 5y + 4$, to je $21u + 5 = 5y + 4$, pa je $u + 1 = 5y - 20u = 5(y - 4u)$. Dakle, $5 \mid (u + 1)$. Tada je $u + 1 = 5v$, gdje je v nenegativan cio broj. Sada imamo $u = 5v - 1$, pa je

$$n = 21u + 5 = 21(5v - 1) + 5 = 105v - 16 = 105(v - 1) + 105 - 16 = 105(v - 1) + 89.$$

Dakle, broj n pri djeljenju sa 105 daje ostatak 89.

5. *Od cifara $0, 1, 3, 4, 7$ i 9 napisani su svi petocifreni brojevi kod kojih su sve cifre različite. Koliko među njima ima onih koji nisu djeljivi sa 5?*

Rješenje: Za prvu cifru imamo 5 mogućnosti i ta cifra je jedan od brojeva: $1, 3, 4, 7$ i 9. Za drugu cifru kandiduje se i cifra 0, ali izbacujemo onu cifru koju smo postavili na prvo mjesto. Dakle, za drugu cifru imamo $6 - 1 = 5$ mogućnosti. Za treću cifru imamo $6 - 2 = 4$ mogućnosti. Za četvrtu cifru imamo $6 - 3 = 3$ mogućnosti. Za petu cifru imamo $6 - 4 = 2$ mogućnosti. Dakle, traženih petocifrenih brojeva ima $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 600$. Odredimo sada broj petocifrenih brojeva sa različitim ciframa iz skupa $\{0, 1, 3, 4, 7, 9\}$ koji su djeljivi sa 5. Prisjetimo se da je broj djeljiv sa 5 ako i samo ako mu je cifra jedinica 0 ili 5. Kako $5 \notin \{0, 1, 2, 4, 7, 9\}$, to će sa 5 biti djeljivi samo oni brojevi kod kojih je cifra jedinica 0. Dakle, cifra 0 je rezervisana za cifru jedinica. Za vodeću cifru imamo 5 mogućnosti. Kada smo odabrali vodeću cifru, za drugu cifru imamo 4 mogućnosti, za treću cifru imamo 3 mogućnosti, za četvrtu cifru imamo 2 mogućnosti i za posljednju cifru imamo samo jednu mogćnost i to cifru 0. Dakle, broj traženih petocifrenih brojeva koji su djeljivi sa 5 ima $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$. Petocifrenih brojeva koji nisu djeljivi sa 5 ima $600 - 120 = 480$.

IX/9 i VIII/8 razred

1. Uporediti po veličini brojeve

$$A = 5 + 2\sqrt{5} \quad \text{i} \quad B = \sqrt{45 + 20\sqrt{5}}.$$

Rješenje: Budući da su A i B pozitivni brojevi, to je dovoljno uporediti njihove kvadrate:

$$\begin{aligned} A^2 &= \left(5 + 2\sqrt{5}\right)^2 = 25 + 20\sqrt{5} + \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 25 + 20\sqrt{5} + 4 \cdot 5 \\ &= 45 + 20\sqrt{5} = B^2, \end{aligned}$$

pa je $A = B$.

2. O*drediti vrijednost izraza*

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$$

ako za realne brojeve x, y i z vrijedi $xyz = 1$.

Rješenje: Mogući su različiti načini rješavanja ovog zadatka. Navest ćemo neke od njih.

I način

Broj 1 na određenim mjestima (po potrebi) ćemo zamijeniti sa xyz:

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = \frac{1}{xyz+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{xyz+z+zx}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{x(yz+1+y)} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{z(xy+1+x)} \\ &= \frac{1}{x(yz+1+y)} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{z(xy+xyz+x)} \\ &= \frac{1}{x(yz+1+y)} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{xz(y+yz+1)} = \frac{z+xz+1}{xz(y+yz+1)} \\ &= \frac{z+xz+xyz}{xz(y+yz+1)} = \frac{z(1+x+xy)}{xz(y+yz+1)} = \frac{z(xyz+x+xy)}{xz(y+yz+1)} = \frac{xz(yz+1+y)}{xz(y+yz+1)} = 1. \end{aligned}$$

II način

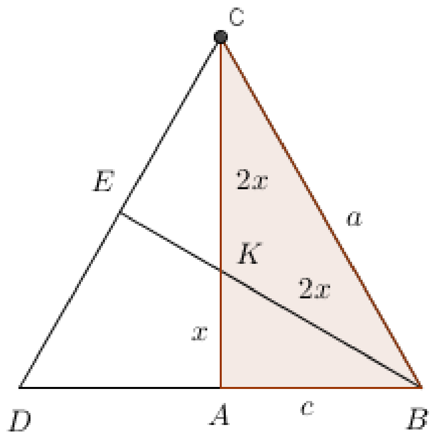
Prvi razlomak proširimo za z, a drugi prvo sa x i potom sa z :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} \\ &= \frac{z}{z+zx+xyz} + \frac{x}{x+xy+xyz} + \frac{1}{1+z+zx} = \frac{z}{z+zx+1} + \frac{x}{x+xy+1} + \frac{1}{1+z+zx} \\ &= \frac{z}{z+zx+1} + \frac{zx}{zx+xyz+z} + \frac{1}{1+z+zx} = \frac{z}{z+zx+1} + \frac{zx}{zx+1+z} + \frac{1}{1+z+zx} \\ &= \frac{z+zx+1}{1+z+zx} = 1. \end{aligned}$$

3. *Neka je BK simetrala ugla $\angle ABC$ trougla $\triangle ABC$. Odrediti uglove trougla $\triangle ABC$ ako je $\overline{BK} = \overline{KC} = 2\overline{AK}$.*

(Uputa: ako je BK simetrala ugla $\angle ABC$ trougla $\triangle ABC$, tada je $\overline{AK} : \overline{BK} = \overline{AB} : \overline{BC}$.)

Rješenje: Neka je D tačka na pravoj AB, takva da je A sredina duži DB. Neka prava BK siječe CD u tački E. Zbog $\overline{DA} = \overline{AB}$ je CA težišna linija trougla BCD. Kako je $\overline{CK} = 2\,\overline{AK}$, to je K težište trougla BCD, jer tačka K dijeli težišnicu CA u omjeru $2:1$ računaju´ci od tjemena. Duž BE prolazi kroz težište trougla BCD, jedno njegovo tjeme B i $E \in CD$, pa je težišna linija trougla BCD. Dakle, E je sredina duži CD.



Kako je BK simetrala ugla $\angle ABC$, to je $2 = \overline{CK} : \overline{AK} = \overline{BC} : \overline{AB}$. Dakle, $\overline{BC} = 2\,\overline{AB}$. Po konstrukciji je $\overline{BD} = 2\,\overline{AB}$, pa je $\overline{BC} = \overline{BD}$. Iz $\overline{BK} = \overline{KC}$ slijedi $\frac{2}{3}\overline{CA} = \frac{2}{3}\overline{BE}$, pa je $\overline{CA} = \overline{BE}$. Dakle, težišne linije, koje odgovaraju stranicama DB i DC, su jednake, pa su i te stranice jednake, tj. $\overline{DC} = \overline{DB}$. Ranije smo dokazali da je $\overline{DB} = \overline{BC}$, pa je trougao BCD jednakostraničan. Tada je $\angle ABC = 60^0$. Kako je CA težiñica jednakostraničnog trougla, to je ona ujedno i visina, pa je $\angle BAC = 90^0$. Tada je $\angle BCA = 30^0$.

4. *Odrediti sve proste brojeve p i q takve da je $(2p-q)^2 = 17p - 10q$.*

Rješenje: Ako je $p = q$, tada je očigledno $p = q = 7$.

Pretpostavimo sada da je $p \neq q$. Stavimo $2p - q = t$. Tada je $q = 2p - t$. Uvrštavanjem u datu jednačinu imamo $t^2 = 17p - 20p + 10t$, tj. $3p = 10t - t^2 = t(10-t)$. Odavde slijedi da $3 \mid t$ ili $3 \mid 10 - t$.

Ako $3 \mid t$, onda je $t = 3s$, pa je $3p = 3s(10-3s)$, tj. $p = s(10-3s)$. Kako je p prost broj, to je jedan od brojeva s ili $10 - 3s$ po apsolutnoj vrijednosti jednak 1.

Ako je $s = 1$, onda je $p = 7$, pa je $t = 3$, što povlači $q = 2 \cdot 7 - 3 = 11$. Ako je $s = -1$, onda je $p = -(10+3) = -13$, što je u suprotnosti sa pretpostavkom da je p prost broj.

Ako je $10 - 3s = 1$, onda je $s = 3$, pa je $p = 3$. Tada je $t = 1$ i $q = 2p - t = 6 - 1 = 5$.

Ako je $10 - 3s = -1$, onda je $3s = 11$, što je nemoguće jer je s cio broj.

Ako bi $3 \mid (10-3s)$, onda bi $3 \mid 10$, što nije slučaj.

Dakle, $(p,q) \in \{(3,5), (7,11), (7,7)\}$.

5. *Koliko ima četverocifrenih brojeva kod kojih su dvije cifre parne, a druge dvije neparne?*

Rješenje: Skup neparnih cifara je $\{1,3,5,7,9\}$. Od ovih brojeva možemo izabrati dva na 15 načina i to 10 dvojki sa različitim ciframa i 5 dvojki sa istim ciframa:

$$1,3;\ 1,5;\ 1,7;\ 1,9;\ 3,5;\ 3,7;\ 3,9;\ 5,7;\ 5,9;\ 7,9;\ 1,1;\ 3,3;\ 5,5;\ 7,7;\ 9,9.$$

Slično računamo i parne dvojke.

Svaka od prvih 10 neparnih sa svakom od prvih deset parnih dvojki daje $10 \cdot 10$, tj. 100 četvorki različitih cifara. Odredimo koliko svaka od ovih četvorki daje različitih brojeva. Prvu cifru možemo odabrati na 4 načina, drugu cifru na 3 načina, treću cifru na dva načina i posljednju cifru na 1 način. Dakle, ukupan broj četverocifrenih brojeva određenih sa jednim parom različitih neparnih cifara i sa jednim parom različitih cifara je $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Sto različitih četvorki određuje $24 \cdot 100 = 2400$ brojeva.

Sada uzimamo u razmatranje dvije različite neparne cifre i dvije iste parne cifre. Budući da su parne cifre iste, to ih ne moramo permutirati, pa je ukupan broj brojeva obrazovan sa ova dva para 12. Npr. ako imamo parove 13 i 22, onda se od njih mogu formirati sljedeći četvorocifreni brojevi:

$$1322, 1232, 1223, 3122, 3212, 3221, 2213, 2231, 2123, 2132, 2312, 2321.$$

Isti slučaj je ako uzmemo par različitih parnih brojeva i par istih neparnih brojeva. Dakle, svaka četvorka u kojoj su dva različita broja iste parnosti, a dva broja iste parnosti (suprotne u odnosu na prvu) obrazuje 12 četvorocifrenih brojeva. Prema tome, sve ove kombinacije daju $2 \cdot 50 \cdot 12 = 1200$ četvorocifrenih brojeva.

Ostale su nam kombinacije sa dvije jednake neparne i dvije jednake parne cifre. Takvih kombinacija ima $5 \cdot 5 = 25$. Svaka od ovih kombinacija daje po 6 brojeva. Naime, uzmimo npr. kombinaciju 33 i 22. Ova kombinacija daje sljedeče četvorocifrene brojeve: $2233, 2323, 2332, 3322, 3223$ i 3232. Dakle, ove kombinacije daju $25 \cdot 6 = 150$ četvorocifrenih brojeva.

U sva tri slučaja ukupno imamo kombinacija:

$$2400 + 1200 + 150 = 3750$$

četvorocifrenih brojeva.

Ovo nije traženi broj četvorocifrenih brojeva, jer u parnim grupama imamo i par 00, a 0 ne smije biti vodeća cifra, jer bi to onda bili trocifreni brojevi. Zbog toga od ovog broja treba oduzeti one brojeve koji počinju cifrom 0. Kako odrediti taj broj? Prisjetimo se da imamo deset cifara i da ih je pet parnih i pet neparnih. U našem računanju sve cifre su ravnopravne, pa svaka deseta počinje nulom. Kako je ukupan broj cifara 3750, to nulom počinje 375 brojeva.

Konačan broj traženih brojeva je $3750 - 375 = 3375$.

54. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
FEDERALNO PRVENSTVO IZ MATEMATIKE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA

REZULTATI ZA VII/9 i VI/8 razred

Duboki Potok, 10. maj 2014. godine

r.b.	PREZIME I IME	ŠKOLA	MJESTO	ZADACI 1.	2.	3.	4.	5.	Ukupno bod.	PROC %	OSVOJENO MJESTO	NAGRADA
1	BIOGRADLIJA LAMIJA	OŠ"EDHEM MULABDIĆ"	ZENICA	10	10	10	10	1	41	82.00%	1	II NAGRADA
2	OSMANOVIĆ SARA	OŠ "SVETI FRANJO"	TUZLA	10	10	10	1	2	33	66.00%	2	III NAGRADA
3	ĆATIĆ HANA	OŠ "M.Ć.ĆATIĆ"	SARAJEVO	10	3	7	10	2	32	64.00%	3	III NAGRADA
4	PODANOVIĆ ELVEDIN	OŠ"POLJICE"	LUKAVAC	10	3	3	3	10	29	58.00%	4	III NAGRADA
5	BEGANOVIĆ TARIK	OŠ "CAZIN II"	CAZIN	10	1	10	2	5	28	56.00%	5	III NAGRADA
6	OMERČEVIĆ IMAN	OŠ "CAZIN II"	CAZIN	9	4	3	0	10	26	52.00%	6	POHVALA
7	IBRIŠIMOVIĆ NAFIJA	OŠ "ĐULISTAN"	SARAJEVO	9	10	2	2	1	24	48.00%	7	POHVALA
8	DIZDAREVIĆ ABDULAH	OŠ"MEŠA SELIMOVIĆ"	ZENICA	9	4	1	2	8	24	48.00%		POHVALA
9	MUJKIĆ AMILA	OŠ"SAFVET-BEG BAŠAGI	N.TRAVNIK	10	3	7	2	1	23	46.00%	8	POHVALA
10	SOFTIĆ AJNA	OŠ"MEHMED-BEG K.LJUBUŠAK"	GRADAČAC	10	10	2	1	0	23	46.00%		POHVALA
11	ČOLAKOVIĆ VEDAD	OŠ "Z. BARUČIJA"	SARAJEVO	10	5	3	2	2	22	44.00%	9	
12	MUSEMIĆ AMRA	OŠ"PAZAR"	TUZLA	9	4	9	0	0	22	44.00%		
13	GJOCAJ HANA	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	V.KLADUŠA	10	4	4	1	2	21	42.00%	10	
14	MIČIJEVIĆ AMINA	OŠ "HRASNO"	SARAJEVO	10	1	3	5	1	20	40.00%	11	
15	PEHAR MAK	OŠ "NOVI GRAD"	TUZLA	9	2	2	5	1	19	38.00%	12	
16	KANDIĆ ELMA	OŠ "HRASNO"	SARAJEVO	9	2	2	5	0	18	36.00%	13	
17	TAHIROVIĆ FAIK	OŠ "GRBAVICA II"	SARAJEVO	10	3	2	2	0	17	34.00%	14	
18	OMIĆ FERID	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	ZAVIDOVIĆI	10	4	2	1	0	17	34.00%		
19	KAPIĆ ZAHID	OŠ "CAZIN II"	CAZIN	10	3	2	0	1	16	32.00%	15	
20	FEJZIĆ KENAN	II OŠ SREBRENIK	SREBRENIK	10	2	1	1	2	16	32.00%		
21	BUKVIĆ AJDIN	OŠ "GOSTOVIĆ"	ZAVIDOVIĆI	10	1	2	2	0	15	30.00%	16	
22	KOZAR ANES	OŠ "TURBE"	TRAVNIK	10	4	1	0	0	15	30.00%		
23	OKIĆ DAMIR	OŠ"RAPATNICA"	SREBRENIK	9	1	2	0	3	15	30.00%		
24	ĆUDIĆ ASMIRA	OŠ"RAPATNICA"	SREBRENIK	10	3	1	0	1	15	30.00%		
25	ALĐUZ AZRA	OŠ Č.VILA I	SARAJEVO	9	3	1	2	0	15	30.00%		
26	HRKIĆ MAIDA	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	ZAVIDOVIĆI	9	4	1	0	0	14	28.00%	17	
27	SALETOVIĆ DŽEJNA	OŠ"MIROSLAV KRLEŽA"	ZENICA	7	3	2	0	2	14	28.00%		
28	ŠIŠIĆ AZRA	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	ŽIVINICE	10	1	1	1	1	14	28.00%		
29	BEGANOVIĆ NAJDA	DRUGA OSNOVNA ŠKOLA	GRAČANICA	10	2	1	0	1	14	28.00%		
30	ZLATARAC KANITA	OŠ "I.ŠABIĆ"	SARAJEVO	9	3	1	0	0	13	26.00%	18	
31	BERKOVAC TARIK	OŠ "OLOVO"	OLOVO	9	1	2	0	1	13	26.00%		
32	ŠEHIĆ JASMINA	OŠ"KALESIJA"	KALESIJA	10	1	1	0	1	13	26.00%		
33	SELIMOVIĆ DŽENANA	II OŠ ŽIVINICE	ŽIVINICE	10	1	1	1	0	13	26.00%		
34	MILIĆ DŽANETA	OŠ "M M BAŠESKIJA"	SARAJEVO	10	1	1	1	0	13	26.00%		
35	DUPANOVIĆ NIMAJ	OŠ "HARMANI I"	BIHAĆ	10	1	1	0	0	12	24.00%	19	
36	OMEROVIĆ MEDINA	OŠ"RAPATNICA"	SREBRENIK	9	1	1	1	0	12	24.00%		
37	IBRIŠIMOVIĆ LEJLA	OŠ D.POTOK	SREBRENIK	7	2	1	0	1	11	22.00%	20	
38	KURTOVIĆ AMINA	OŠ "M M BAŠESKIJA"	SARAJEVO	8	1	1	1	0	11	22.00%		
39	HALILOVIĆ MAHIR	OŠ D.POTOK	SREBRENIK	10	0	0	0	0	10	20.00%	21	
40	MUJKANOVIĆ ANES	OŠ D.POTOK	SREBRENIK	8	1	0	0	0	9	18.00%	22	
41	MAHMUD DINA	OŠ "NOVI GRAD"	TUZLA	2	2	2	1	1	8	16.00%	23	
42	TUTIĆ EMA	OŠ "HUSEIN EF.ĐOZO"	GORAŽDE	3	1	1	0	2	7	14.00%	24	
43	BOBIĆ NAIL	DRUGA OSNOVNA ŠKOLA	B.KRUPA	3	1	1	0	1	6	12.00%	25	
44	GRABUS FERID	OŠ "GUČA GORA"	TRAVNIK	4	1	1	0	0	6	12.00%		
45	PERLA ISMIHANA	OŠ "HUSEIN EF.ĐOZO"	GORAŽDE	0	3	0	2	0	5	10.00%	26	
46	DAMADŽIĆ DŽENANA	OŠ "BUKINJE"	TUZLA	2	0	1	0	2	5	10.00%		
47	DŽANIĆ LEJLA	OŠ D.POTOK	SREBRENIK	1	1	1	0	0	3	6.00%	27	
	PROSJEČNE VRIJEDNOSTI			8.36	2.81	2.43	1.43	1.40	16.43	33%		

54. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
FEDERALNO PRVENSTVO IZ MATEMATIKE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA

REZULTATI ZA VIII/9 i VII/8 razred

Duboki Potok, 10. maj 2014. godine

r.b.	PREZIME I IME	ŠKOLA	MJESTO	ZADACI					Ukupno bod.	PROC %	OSVOJENO MJESTO	NAGRADA
				1.	2.	3.	4.	5.				
1	GORAN BAKIR	OŠ"TRAVNIK"	TRAVNIK	9	10	10	2	10	41	82.00%	1	II NAGRADA
2	VELAŠEVIĆ BORIS	OŠ "O. NAKAŠ"	SARAJEVO	10	10	1	4	8	33	66.00%	2	III NAGRADA
3	STOCK MATTHIAS	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	MAGLAJ	10	10	6	1	5	32	64.00%	3	III NAGRADA
4	BEŠO AMER	OŠ"TRAVNIK"	TRAVNIK	10	10	6	4	2	32	64.00%		III NAGRADA
5	ŠABANIĆ ADNA	OŠ"TINJA"	SREBRENIK	10	10	0	1	10	31	62.00%	4	III NAGRADA
6	GJOCAJ ARIJANA	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	V.KLADUŠA	10	8	10	1	1	30	60.00%	5	III NAGRADA
7	VARDO LEJLA	OŠ "SKENDER KULENOVIĆ"	ZENICA	10	2	10	5	1	28	56.00%	6	III NAGRADA
8	SKELIĆ LEJLA	JU "ČETVRTA OSNOVNA ŠKOLA"	SARAJEVO	9	10	6	1	1	27	54.00%	7	POHVALA
9	IMŠIROVIĆ ELDAR	OŠ"MUSA ĆAZIM ĆATIĆ"	GRADAČAC	10	7	2	6	1	26	52.00%	8	POHVALA
10	GARIB NAMIR	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	BUGOJNO	10	10	0	4	1	25	50.00%	9	POHVALA
11	ŠEHOVIĆ AJLA	OŠ "M.Ć.ĆATIĆ"	SARAJEVO	10	4	7	2	1	24	48.00%	10	POHVALA
12	BEGIĆ HAMZA	OŠ "M.Ć.ĆATIĆ"	SARAJEVO	10	4	0	2	8	24	48.00%		POHVALA
13	POZDERAC ADMIR	OŠ "M.Ć.ĆATIĆ"	SARAJEVO	10	0	0	3	10	23	46.00%	11	POHVALA
14	MAHOVAC AHMED	OŠ"GOSTOVIĆ"	ZAVIDOVIĆI	10	10	0	2	1	23	46.00%		POHVALA
15	LOŠIĆ MELIKA	OŠ "MEŠA SELIMOVIĆ"	ZENICA	10	10	0	2	1	23	46.00%		POHVALA
16	OMERČIĆ MIRZA	OŠ D.POTOK	SREBRENIK	10	4	0	1	8	23	46.00%		POHVALA
17	SMAJLOVIĆ EMINA	OŠ "S.B.BAŠIĆ"	SARAJEVO	10	1	6	4	1	22	44.00%	12	
18	GRBIĆ AMINA	II OŠ GRAČANICA	GRAČANICA	10	8	2	0	1	21	42.00%	13	
19	SEJDINOVIĆ ADEMIR	OŠ"BRIJESNICA"	DOBOJ ISTOK	10	2	6	1	1	20	40.00%	14	
20	SULJIĆ SABINA	OŠ"POLJICE"	LUKAVAC	10	2	6	1	1	20	40.00%		
21	MANDŽIĆ ŠEJLA	OŠ "KREKA"	TUZLA	10	4	0	5	1	20	40.00%		
22	ZUKIĆ NUDŽEJMA	OŠ"TRAVNIK"	TRAVNIK	10	1	6	1	1	19	38.00%	15	
23	GAZIBEGOVIĆ DŽENANA	OŠ "HASAN KIKIĆ"	GRAČANICA	10	7	0	1	1	19	38.00%		
24	BERKOVAC MEJRA	OŠ "OLOVO"	OLOVO	10	1	0	5	1	17	34.00%	16	
25	OSMANSPAHIĆ EMIR	OŠ "HUSEIN EF.ĐOZO"	GORAŽDE	10	4	0	1	1	16	32.00%	17	
26	JAŠAREVIĆ HAMZA	OŠ "SAFVET BEG BAŠAGIĆ"	VISOKO	10	2	0	3	1	16	32.00%		
27	ZUKIĆ AJLA	OŠ "ALIJA NAMETAK"	VISOKO	10	2	0	2	1	15	30.00%	18	
28	MEDIĆ TARIK	OŠ "HARMANI II "	BIHAĆ	10	5	0	0	0	15	30.00%		
29	IMAMOVIĆ AHMED	OŠ "KALESIJA"	KALESIJA	10	3	0	1	1	15	30.00%		
30	KARIĆ AMERA	OŠ "OLOVO"	OLOVO	10	1	0	2	1	14	28.00%	19	
31	SILIĆ ILDA	OŠ "CAZIN I "	CAZIN	10	1	0	2	1	14	28.00%		
32	MUJKIĆ ARMENIS	OŠ PURAČIĆ"	LUKAVAC	10	2	0	1	1	14	28.00%		
33	AŠČIĆ MAID	OŠ "IVAN GORAN KOVAČIĆ"	GRADAČAC	6	5	0	2	1	14	28.00%		
34	GRABUS LAMIJA	OŠ "S.B.BAŠIĆ"	SARAJEVO	10	0	0	1	1	12	24.00%	20	
35	HANDŽIĆ EMINA	OŠ"SAFVET-BEG BAŠAGIĆ"	VISOKO	10	2	0	0	0	12	24.00%		
36	MEMIĆ MELDINA	DRUGA OSNOVNA ŠKOLA	BUGOJNO	5	4	0	2	1	12	24.00%		
37	OMER ABDULKERIM MEHANOVIĆ	OŠ"SAFVET-BEG BAŠAGIĆ"	GRADAČAC	4	4	0	3	1	12	24.00%		
38	KARČIĆ HAMZA	OŠ "HUSEIN EF.ĐOZO"	GORAŽDE	10	1	0	0	0	11	22.00%	21	
39	MUJIĆ NUDŽEJMA	OŠ "ĐULISTAN"	SARAJEVO	9	0	0	1	1	11	22.00%		
40	KARAOSMANOVIĆ EMIRA	II OŠ BUGOJNO	BUGOJNO	10	0	0	0	1	11	22.00%		
41	TOPIĆ FARIS	OŠ "HARMANI II "	BIHAĆ	1	4	0	1	1	7	14.00%	22	
42	DAJIĆ KERIM	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	SREBRENIK	3	1	0	1	1	6	12.00%	23	
43	OMEROVIĆ LEJLA	OŠ"FAHRUDIN FAHRO BAŠČELIJA"	GORAŽDE	0	0	0	1	1	2	4.00%	24	
44	DURAKOVIĆ HALIDA	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	ŽIVINICE	0	1	0	0	1	2	4.00%		
45	MEHMEDOVIĆ ZERINA	OŠ D.POTOK	SREBRENIK	0	0	0	0	1	1	2.00%	25	
			PROSJEČNE VRIJEDNOSTI	8.58	4.16	1.87	1.84	2.11	18.56	37%		

Prvih 7 takmičara se plasiralo na Državno takmičenje.

54. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BiH
FEDERALNO PRVENSTVO IZ MATEMATIKE UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA

REZULTATI ZA IX/9 i VIII/8 razred

Duboki Potok, 10. maj 2014. godine

r.b.	PREZIME I IME	ŠKOLA	OPĆINA	ZADACI					Ukupno bod.	PROC %	OSVOJENO MJESTO	NAGRADA
				1.	2.	3.	4.	5.				
1	KURIĆ AMAR	OŠ "Č.VILA I"	SARAJEVO	10	10	8	10	10	48	96.00%	1	I NAGRADA
2	IBRAHIMPAŠIĆ HANA	DRUGA OSNOVNA ŠKOLA	B.KRUPA	10	10	5	9	9	43	86.00%	2	I NAGRADA
3	PAPIĆ ADMIR	MEĐUNARODNA OSNOVNA ŠKOLA	SARAJEVO	10	10	2	10	10	42	84.00%	3	II NAGRADA
4	ŠABANOVIĆ ADNAN	OŠ "V.SKARIĆ"	SARAJEVO	10	10	8	10	0	38	76.00%	4	II NAGRADA
5	IVANIŠ DAVID	OŠ "HARMANI II"	BIHAĆ	10	10	8	5	1	34	68.00%	5	III NAGRADA
6	IBRAHIMOVIĆ SALIH	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	SARAJEVO	10	10	8	4	0	32	64.00%	6	III NAGRADA
7	ŠABIĆ EMIR	OŠ "KLJUČ"	KLJUČ	10	0	3	7	10	30	60.00%	7	III NAGRADA
8	SEJDIĆ EMIR	OŠ "A. ĆENANOVIĆ"	SARAJEVO	10	10	2	0	6	28	56.00%	8	III NAGRADA
9	PARIĆ MUAMER	OŠ "M.Ć.ĆATIĆ"	SARAJEVO	10	2	0	6	10	28	56.00%		III NAGRADA
10	BATALEVIĆ ADIL	OŠ"KLOKOTNICA"	DOBOJ ISTOK	10	0	8	0	10	28	56.00%		III NAGRADA
11	DURAKOVIĆ RABIJA	OŠ"MALEŠIĆI"	GRAČANICA	10	10	5	0	1	26	52.00%	9	POHVALA
12	ŠESTIĆ ADNA	OŠ "MEŠA SELIMOVIĆ"	ZENICA	9	10	3	2	1	25	50.00%	10	POHVALA
13	ALAGIĆ HARUN	OŠ"TRAVNIK"	TRAVNIK	0	10	2	0	10	22	44.00%	11	
14	VIŠĆA AJLA	OŠ "OLOVO"	OLOVO	9	0	3	3	1	16	32.00%	12	
15	HADŽIĆ MIRZA	OŠ "KLJUČ"	KLJUČ	9	1	3	2	1	16	32.00%		
16	FUŠKO SELMA	OŠ"MEHURIĆI"	TRAVNIK	10	0	2	4	0	16	32.00%		
17	KUDUMOVIĆ DŽENETA	OŠ "VOZUĆA"	ZAVIDOVIĆI	10	1	4	0	0	15	30.00%	13	
18	NUHANOVIĆ ELMA	OŠ"BERTA KUČERA"	JAJCE	9	0	6	0	0	15	30.00%		
19	TRNČIĆ LEJLA	OŠ "HUSEIN EF.ĐOZO"	GORAŽDE	10	1	1	2	0	14	28.00%	14	
20	BAJRAKTAREVIĆ MUNIR	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	MAGLAJ	10	0	3	0	0	13	26.00%	15	
21	KOVAČ IMRAN	OŠ"AHMED MURADBEGOVIĆ"	ZENICA	10	0	2	0	1	13	26.00%		
22	MELIĆ EMINA	TREĆA OSNOVNA ŠKOLA	BUGOJNO	10	1	2	0	0	13	26.00%		
23	KOVAČEVIĆ ERNA	OŠ "MIRIČINA"	GRAČANICA	10	0	3	0	0	13	26.00%		
24	KOVAČEVIĆ IGOR	OŠ "JALA"	TUZLA	10	0	2	0	0	12	24.00%	16	
25	AVDIĆ SAMRA	OŠ "TOJŠIĆI"	KALESIJA	9	1	1	0	1	12	24.00%		
26	SUBAŠIĆ AZUR	OŠ "TUŠANJ"	TUZLA	9	1	2	0	0	12	24.00%		
27	BALKOVIĆ EROL	OŠ "ISHAK SAMOKOVLIJA"	SARAJEVO	9	1	2	0	0	12	24.00%		
28	JAVDAN ZEHRA	OŠ "ĐULISTAN"	SARAJEVO	0	10	1	0	0	11	22.00%	17	
29	HASTOR NEDIM	OŠ"MEHMEDALIJA MAK DIZDAR"	GORAŽDE	9	0	0	0	0	9	18.00%	18	
30	KUKURUZOVIĆ NEDIM	OŠ"SAFVET-BEG BAŠAGIĆ"	GRADAČAC	1	2	2	1	1	7	14.00%	19	
31	OPAČIN MUHAMED	OŠ"SAFVET-BEG BAŠAGIĆ"	BREZA	1	1	3	0	1	6	12.00%	20	
32	HODŽIĆ NEJRA	OŠ "ĐULISTAN"	SARAJEVO	0	0	5	0	0	5	10.00%	21	
33	HINDIJA AJLA	OŠ"MEHMEDALIJA MAK DIZDAR"	VISOKO	0	0	4	0	1	5	10.00%		
34	MURATOVIĆ NEDINA	II OŠ GRAČANICA	GRAČANICA	0	1	3	0	1	5	10.00%		
35	OKANOVIĆ AMNA	OŠ"LUKAVAC GRAD"	LUKAVAC	0	0	4	0	0	4	8.00%	22	
36	SPAHIĆ ARNELA	OŠ "KALESIJA"	KALESIJA	0	0	3	1	0	4	8.00%		
37	OMEROVIĆ ALINA	II OŠ SREBRENIK	SREBRENIK	0	0	4	0	0	4	8.00%		
38	MUJANOVIĆ EMIR	OŠ"MEHMEDALIJA MAK DIZDAR"	GORAŽDE	0	0	1	2	0	3	6.00%	23	
39	JUSIĆ AMNA	OŠ"TRAVNIK"	TRAVNIK	0	0	2	1	0	3	6.00%		
40	PAMUKOVIĆ ELDINA	OŠ"SAFVET-BEG BAŠAGIĆ"	GRADAČAC	0	1	2	0	0	3	6.00%		
41	SALETOVIĆ ARNELA	OŠ "TUŠANJ"	TUZLA	0	1	2	0	0	3	6.00%		
42	JUSIĆ IBRAHIM	PRVA OSNOVNA ŠKOLA	V.KLADUŠA	0	0	1	0	1	2	4.00%	24	
43	BAJIĆ AMAR	OŠ "ORAHOVICA"	GRAČANICA	0	0	2	0	0	2	4.00%		
44	KLJAJIĆ SARA	ČETVRTA OSNOVNA ŠKOLA	MOSTAR	0	0	1	0	0	1	2.00%	25	
45	MAŠIĆ ELMINA	OŠ"RAPATNICA"	SREBRENIK	0	0	0	1	0	1	2.00%		
			PROSJEČNE VRIJEDNOSTI	5.87	2.78	3.07	1.78	1.93	15.42	31%		

Prvih 10 takmičara se plasiralo na Državno takmičenje.