O Pitagorinom teoremu

prof. dr. sc. Bernadin Ibrahimpašić

Pedagoški fakultet Univerziteta u Bihaću

Fojnica, 23.1.2015.

Historijat Pitagorinog teorema

Historijat Pitagorinog teorema

- Oko 2500. god. pr.n.e. na kamenim spomenicima u Egiptu se nalaze slike pravouglih trouglova s cjelobrojnim stranicama.

Historijat Pitagorinog teorema

- Oko 2500. god. pr.n.e. na kamenim spomenicima u Egiptu se nalaze slike pravouglih trouglova s cjelobrojnim stranicama.
- Oko 1700. god. pr.n.e. u jednom zapisu iz Babilona se nalazi opis kako naći dužinu jedne katete iz poznavanja dužina hipotenuze i druge katete (bez dokaza).

Historijat Pitagorinog teorema

- Oko 2500. god. pr.n.e. na kamenim spomenicima u Egiptu se nalaze slike pravouglih trouglova s cjelobrojnim stranicama.
- Oko 1700. god. pr.n.e. u jednom zapisu iz Babilona se nalazi opis kako naći dužinu jedne katete iz poznavanja dužina hipotenuze i druge katete (bez dokaza).
- U 6. vijeku pr.n.e. u Indiji kod Baudhayana Sulba Sutre nalazi se popis pet Pitagorinih trojki.

Historijat Pitagorinog teorema

- Oko 2500. god. pr.n.e. na kamenim spomenicima u Egiptu se nalaze slike pravouglih trouglova s cjelobrojnim stranicama.
- Oko 1700. god. pr.n.e. u jednom zapisu iz Babilona se nalazi opis kako naći dužinu jedne katete iz poznavanja dužina hipotenuze i druge katete (bez dokaza).
- U 6. vijeku pr.n.e. u Indiji kod Baudhayana Sulba Sutre nalazi se popis pet Pitagorinih trojki.
- U isto vrijeme kod Apastamba Sulba Sutre se pojavljuje neka vrsta dokaza (detalji nepoznati).

Historijat Pitagorinog teorema

- Oko 2500. god. pr.n.e. na kamenim spomenicima u Egiptu se nalaze slike pravouglih trouglova s cjelobrojnim stranicama.
- Oko 1700. god. pr.n.e. u jednom zapisu iz Babilona se nalazi opis kako naći dužinu jedne katete iz poznavanja dužina hipotenuze i druge katete (bez dokaza).
- U 6. vijeku pr.n.e. u Indiji kod Baudhayana Sulba Sutre nalazi se popis pet Pitagorinih trojki.
- U isto vrijeme kod Apastamba Sulba Sutre se pojavljuje neka vrsta dokaza (detalji nepoznati).
- Oko 200. god. pr.n.e. u Kini se pojavljuje sličan teorem pod nazivom Gou Ku ili Shang Gao.

Historijat Pitagorinog teorema

- Pitagora (580 – 500. god. pr.n.e.) je bio grčki matematičar i filozof.

Historijat Pitagorinog teorema

- Pitagora (580 – 500. god. pr.n.e.) je bio grčki matematičar i filozof.
- Pretpostavlja se da je bio prvi koji je navedeni teorem dokazao u općem slučaju.

Historijat Pitagorinog teorema

- Pitagora (580 – 500. god. pr.n.e.) je bio grčki matematičar i filozof.
- Pretpostavlja se da je bio prvi koji je navedeni teorem dokazao u općem slučaju.
- Ipak postoji "sumnja" da je Pitagora, koji je mnogo putovao, iskoristio "Indijski dokaz" i bio samo prenositelj istočnjačkog znanja u Grčku.

Historijat Pitagorinog teorema

- Pitagora (580 – 500. god. pr.n.e.) je bio grčki matematičar i filozof.
- Pretpostavlja se da je bio prvi koji je navedeni teorem dokazao u općem slučaju.
- Ipak postoji "sumnja" da je Pitagora, koji je mnogo putovao, iskoristio "Indijski dokaz" i bio samo prenositelj istočnjačkog znanja u Grčku.
- Postoji i mogućnost da su teorem dokazali učenici Pitagorine filozofske škole a da je poslije toga sve pripisano Pitagori.

Historijat Pitagorinog teorema

- Pitagora (580 – 500. god. pr.n.e.) je bio grčki matematičar i filozof.
- Pretpostavlja se da je bio prvi koji je navedeni teorem dokazao u općem slučaju.
- Ipak postoji "sumnja" da je Pitagora, koji je mnogo putovao, iskoristio "Indijski dokaz" i bio samo prenositelj istočnjačkog znanja u Grčku.
- Postoji i mogućnost da su teorem dokazali učenici Pitagorine filozofske škole a da je poslije toga sve pripisano Pitagori.
- Zaključak

Historijat Pitagorinog teorema

- Pitagora (580 – 500. god. pr.n.e.) je bio grčki matematičar i filozof.
- Pretpostavlja se da je bio prvi koji je navedeni teorem dokazao u općem slučaju.
- Ipak postoji "sumnja" da je Pitagora, koji je mnogo putovao, iskoristio "Indijski dokaz" i bio samo prenositelj istočnjačkog znanja u Grčku.
- Postoji i mogućnost da su teorem dokazali učenici Pitagorine filozofske škole a da je poslije toga sve pripisano Pitagori.
- Zaključak – ništa još nije sigurno.

Pitagora u popularnoj kulturi

Pitagora u popularnoj kulturi

- Strašilo u filmu "Čarobnjak iz Oza" kaže:"Korijen iz hipotenuze jednak je zbiru korjenova iz kateta".

Pitagora u popularnoj kulturi

- Strašilo u filmu "Čarobnjak iz Oza" kaže:"Korijen iz hipotenuze jednak je zbiru korjenova iz kateta".
- U Ugandi se 2000. godine pojavljuje kovanica u obliku pravouglog trougla s Pitagorinim likom na poleđini.

Pitagora u popularnoj kulturi

- Strašilo u filmu "Čarobnjak iz Oza" kaže:"Korijen iz hipotenuze jednak je zbiru korjenova iz kateta".
- U Ugandi se 2000. godine pojavljuje kovanica u obliku pravouglog trougla s Pitagorinim likom na poleđini.
- Grčka, Japan, San Marino, Sierra Leone i Surinam su izdavali poštanske marke na temu Pitagorinog teorema.

Pitagora u popularnoj kulturi

- Strašilo u filmu "Čarobnjak iz Oza" kaže:"Korijen iz hipotenuze jednak je zbiru korjenova iz kateta".
- U Ugandi se 2000. godine pojavljuje kovanica u obliku pravouglog trougla s Pitagorinim likom na poleđini.
- Grčka, Japan, San Marino, Sierra Leone i Surinam su izdavali poštanske marke na temu Pitagorinog teorema.
- Jedan asteroid i krater na Mjesecu su dobili ime po Pitagori.

Pitagora u popularnoj kulturi

- Strašilo u filmu "Čarobnjak iz Oza" kaže:"Korijen iz hipotenuze jednak je zbiru korjenova iz kateta".
- U Ugandi se 2000. godine pojavljuje kovanica u obliku pravouglog trougla s Pitagorinim likom na poleđini.
- Grčka, Japan, San Marino, Sierra Leone i Surinam su izdavali poštanske marke na temu Pitagorinog teorema.
- Jedan asteroid i krater na Mjesecu su dobili ime po Pitagori.
- Pojavljuje se i u muzici kao jedan od rock hitova 1960. godine.

Adriano Celentano "Pitagora"

La somma dei quadrati
costruiti sui cateti
e uguale a quella dell'ipotenusa
Pitagora, Pitagora
se l'uomo quadrato sei tu
inventami un sistema
il nuovo teorema
per ogni problema del cuor

La somma di due baci
costruiti su cuore a cuore
s'impara senza libri
professore Pitagora, Pitagora
se uomo sensato sei tu
impara il mio sistema
il nuovo teorema
per ogni problema d'amor

Pitagorin teorem

Ako su a, b i c dužine stranica pravouglog trougla, onda vrijedi

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

4 dokaza Pitagorinog teorema

4 dokaza Pitagorinog teorema

1. Pitagora

4 dokaza Pitagorinog teorema

1. Pitagora
2. Euklid

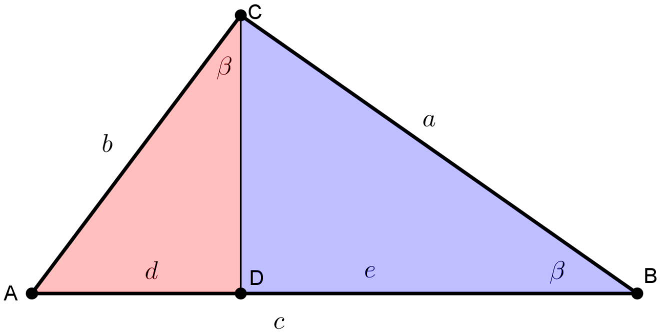
4 dokaza Pitagorinog teorema

1. Pitagora
2. Euklid
3. Pomoću kvadratu upisanog kvadrata

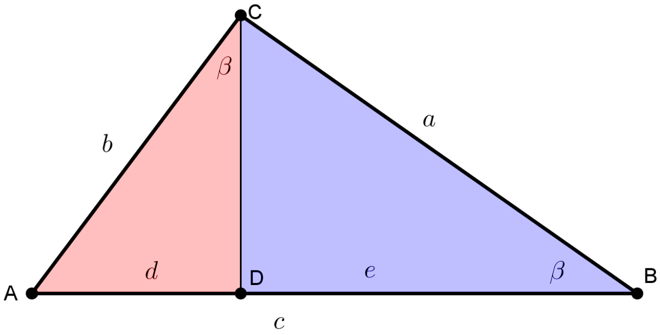
4 dokaza Pitagorinog teorema

1. Pitagora
2. Euklid
3. Pomoću kvadratu upisanog kvadrata
4. Premještanjem dijelova kvadrata

1. Pitagora – sličnost trouglova

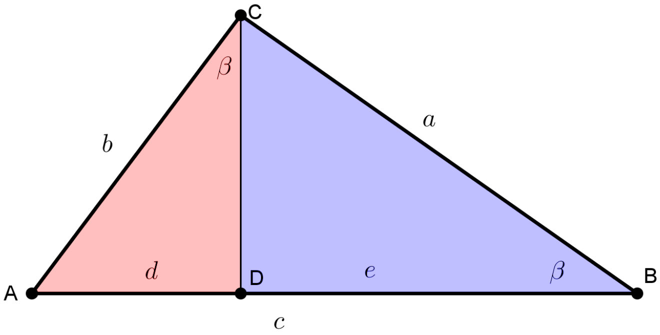


1. Pitagora – sličnost trouglova



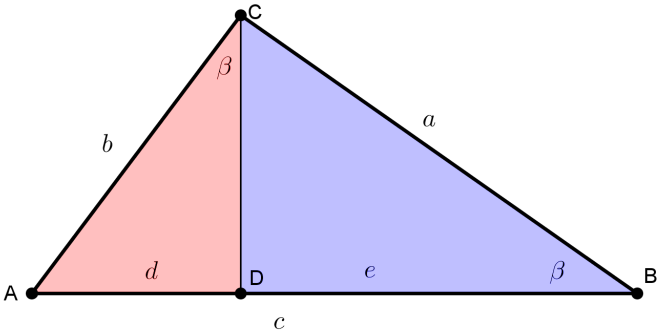
$$\triangle ABC \sim \triangle BCD$$

1. Pitagora – sličnost trouglova



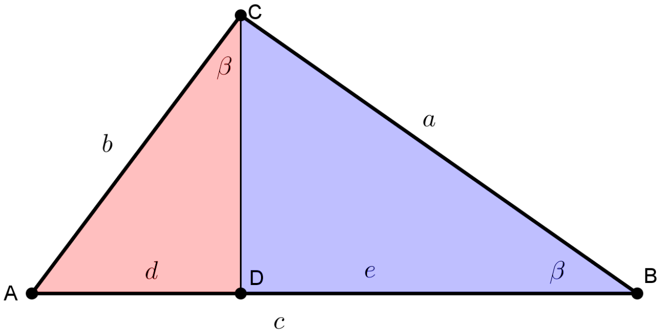
$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow$$

1. Pitagora – sličnost trouglova



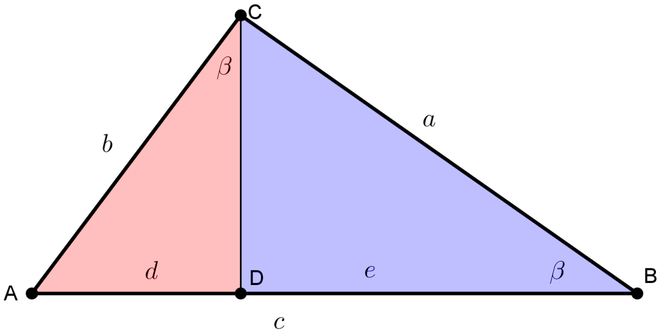
$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : a = a : e \Rightarrow$$

1. Pitagora – sličnost trouglova



$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : a = a : e \Rightarrow a^2 = ce$$

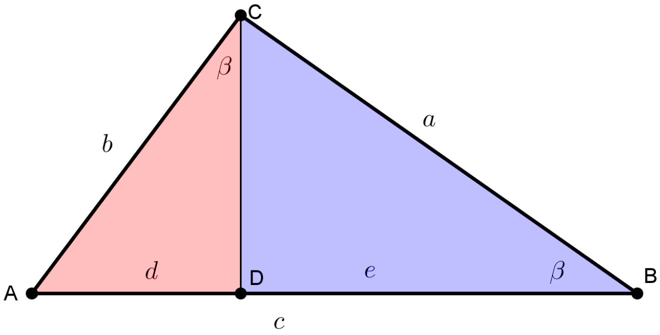
1. Pitagora – sličnost trouglova



$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : a = a : e \Rightarrow a^2 = ce$$

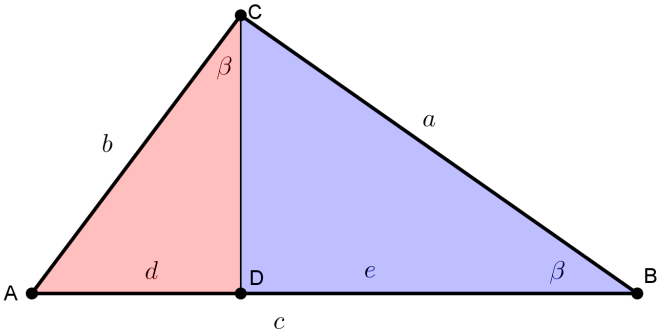
$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \quad (UUU) \quad \Rightarrow$$

1. Pitagora – sličnost trouglova



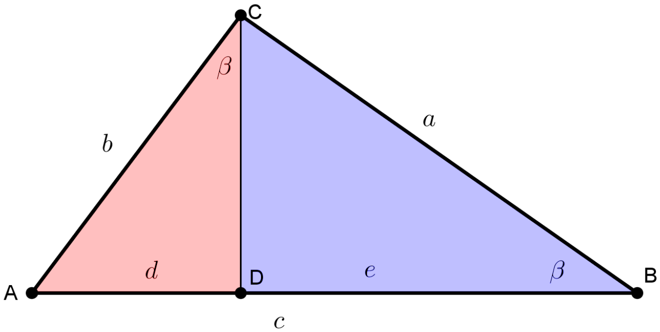
$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : a = a : e \Rightarrow a^2 = ce$$
$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : b = b : d \Rightarrow$$

1. Pitagora – sličnost trouglova



$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : a = a : e \Rightarrow a^2 = ce$$
$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : b = b : d \Rightarrow b^2 = cd$$

1. Pitagora – sličnost trouglova

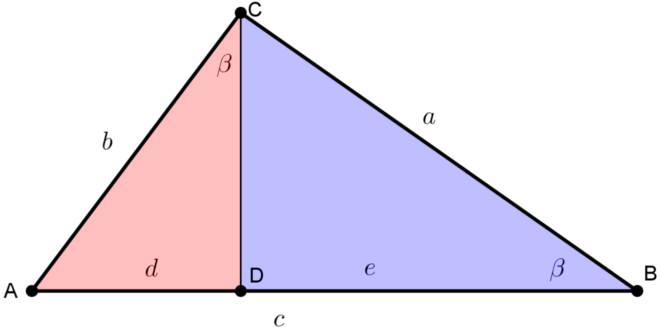


$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : a = a : e \Rightarrow a^2 = ce$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : b = b : d \Rightarrow b^2 = cd$$

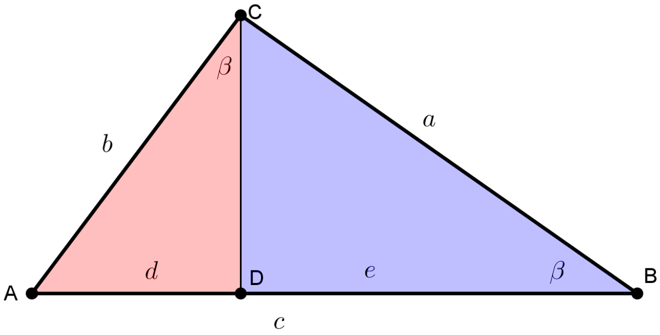
$$\Rightarrow a^2 + b^2 =$$

1. Pitagora – sličnost trouglova



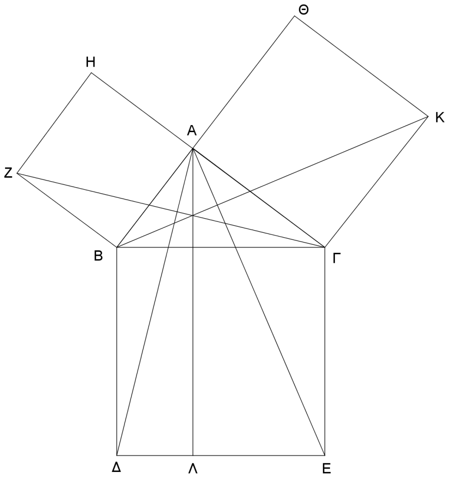
$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : a = a : e \Rightarrow a^2 = ce$$
$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : b = b : d \Rightarrow b^2 = cd$$
$$\Rightarrow a^2 + b^2 = ce + cd =$$

1. Pitagora – sličnost trouglova

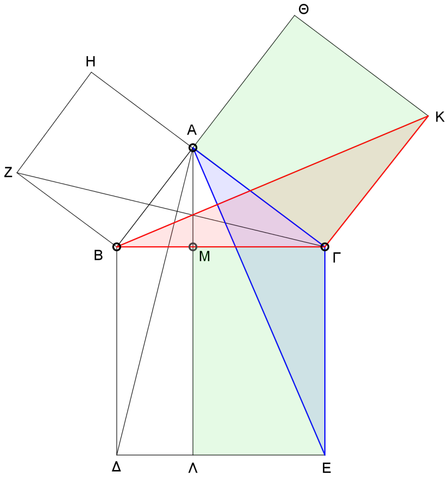


$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : a = a : e \Rightarrow a^2 = ce$$
$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \quad (UUU) \quad \Rightarrow \quad c : b = b : d \Rightarrow b^2 = cd$$
$$\Rightarrow a^2 + b^2 = ce + cd = c(d + e) = c^2$$

2. Euklidovi elementi - Knjiga I, stav 47



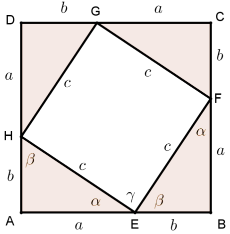
Kod pravouglih trouglova je kvadrat na strani naspram pravog ugla jednak kvadratima na stranama koje obrazuju pravi ugao.



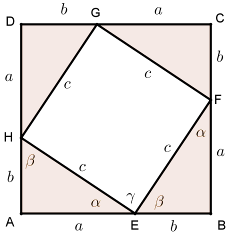
- $\triangle A\Gamma E \cong \triangle BK\Gamma$
- $\Rightarrow P_{A\Gamma E} = P_{BK\Gamma}$
- $P_{A\Gamma E} = \frac{|\overline{\Gamma E}|\cdot|\overline{\Gamma M}|}{2}$
- $P_{M\Gamma E\Lambda} = |\overline{\Gamma E}| \cdot |\overline{\Gamma M}|$
- $\Rightarrow \quad P_{M\Gamma E\Lambda} = 2P_{A\Gamma E}$
- $P_{BK\Gamma} = \frac{|\overline{\Gamma K}|\cdot|\overline{A\Gamma}|}{2}$
- $P_{A\Gamma K\Theta} = |\overline{\Gamma K}| \cdot |\overline{A\Gamma}|$
- $\Rightarrow \quad P_{A\Gamma K\Theta} = 2P_{BK\Gamma}$
- $\Rightarrow \quad P_{A\Gamma K\Theta} = P_{M\Gamma E\Lambda}$

3. Kvadrat upisan u kvadrat

3. Kvadrat upisan u kvadrat

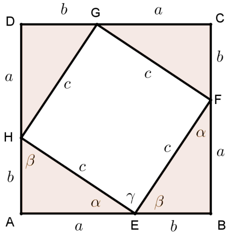


3. Kvadrat upisan u kvadrat



$$P_{ABCD} = P_{EFGH} + P_{AEH} + P_{EBF} + P_{FCG} + P_{GDH}$$

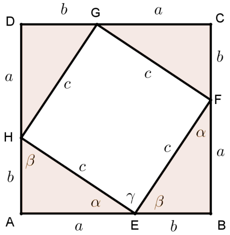
3. Kvadrat upisan u kvadrat



$$P_{ABCD} = P_{EFGH} + P_{AEH} + P_{EBF} + P_{FCG} + P_{GDH}$$

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2}$$

3. Kvadrat upisan u kvadrat

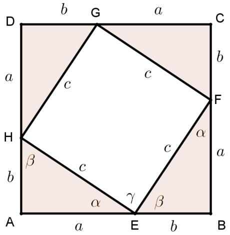


$$P_{ABCD} = P_{EFGH} + P_{AEH} + P_{EBF} + P_{FCG} + P_{GDH}$$

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

3. Kvadrat upisan u kvadrat



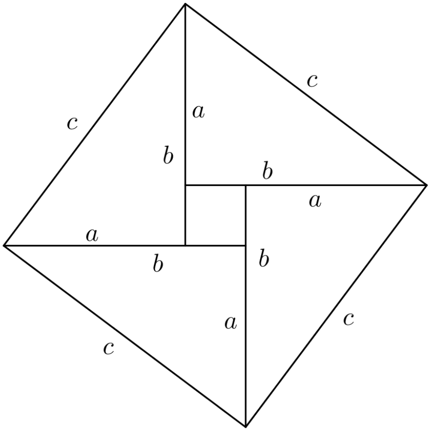
$$P_{ABCD} = P_{EFGH} + P_{AEH} + P_{EBF} + P_{FCG} + P_{GDH}$$

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2}$$

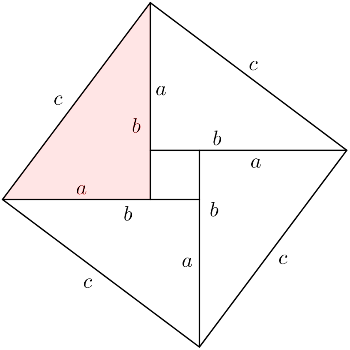
$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

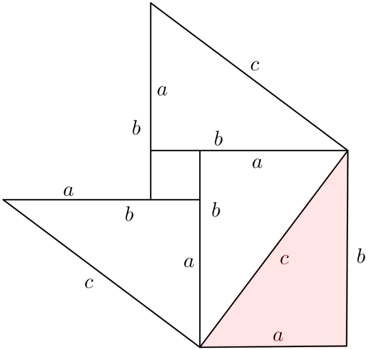
$$a^2 + b^2 = c^2$$

4. Premještanje dijelova kvadrata

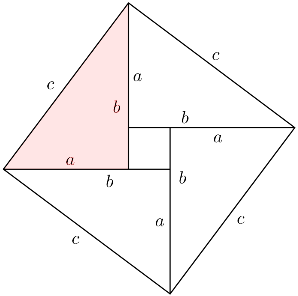


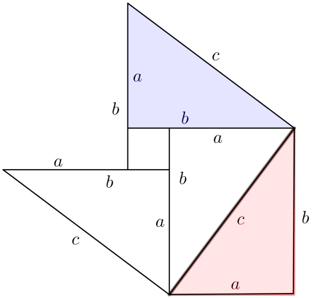
4. Premještanje dijelova kvadrata

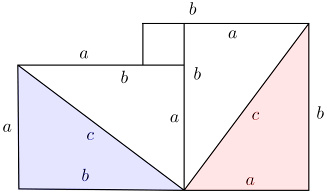




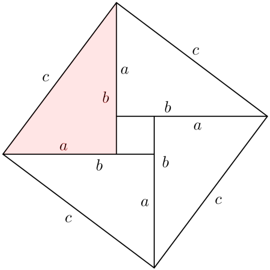
4. Premještanje dijelova kvadrata

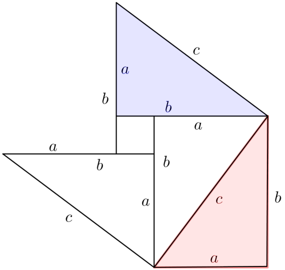




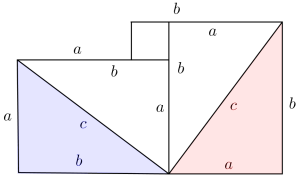


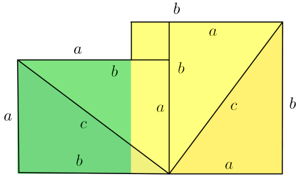
4. Premještanje dijelova kvadrata





$$P = c^2$$





$$P = a^2 + b^2$$

Malo neobičan Pitagora

Malo neobičan Pitagora

Iskazati riječima Pitagorin teorem $(a^2 + b^2 = c^2)$

Malo neobičan Pitagora

Iskazati riječima Pitagorin teorem $(a^2 + b^2 = c^2)$

Površina kvadrata konstuisanog nad hipotenuzom jednaka je zbiru površina kvadrata konstruisanih nad katetama.

$$(\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 3), \quad a^2 + b^2 = c^2$$

Malo neobičan Pitagora

Iskazati riječima Pitagorin teorem $(a^2 + b^2 = c^2)$

Površina kvadrata konstuisanog nad hipotenuzom jednaka je zbiru površina kvadrata konstruisanih nad katetama.

$$(\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 3), \quad a^2 + b^2 = c^2 \ \mid \cdot\, n$$

Malo neobičan Pitagora

Iskazati riječima Pitagorin teorem $(a^2 + b^2 = c^2)$

Površina kvadrata konstuisanog nad hipotenuzom jednaka je zbiru površina kvadrata konstruisanih nad katetama.

$$(\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 3), \quad a^2 + b^2 = c^2 \ \mid \cdot\, n \cdot \operatorname{ctg}(\pi/n)$$

Malo neobičan Pitagora

Iskazati riječima Pitagorin teorem $(a^2 + b^2 = c^2)$

Površina kvadrata konstuisanog nad hipotenuzom jednaka je zbiru površina kvadrata konstruisanih nad katetama.

$$(\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 3), \quad a^2 + b^2 = c^2 \ \mid \cdot\, n \cdot \operatorname{ctg}(\pi/n) \cdot \frac{1}{4}$$

Malo neobičan Pitagora

Iskazati riječima Pitagorin teorem $(a^2 + b^2 = c^2)$

Površina kvadrata konstuisanog nad hipotenuzom jednaka je zbiru površina kvadrata konstruisanih nad katetama.

$$(\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 3), \quad a^2 + b^2 = c^2 \ \mid \cdot\, n \cdot \operatorname{ctg}(\pi/n) \cdot \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{na^2 \operatorname{ctg}(\pi/n)}{4} + \frac{nb^2 \operatorname{ctg}(\pi/n)}{4} = \frac{nc^2 \operatorname{ctg}(\pi/n)}{4}$$

Iskazati riječima Pitagorin teorem

Malo neobičan Pitagora

Iskazati riječima Pitagorin teorem $(a^2 + b^2 = c^2)$

Površina kvadrata konstuisanog nad hipotenuzom jednaka je zbiru površina kvadrata konstruisanih nad katetama.

$$(\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 3), \quad a^2 + b^2 = c^2 \ \mid \cdot\, n \cdot \operatorname{ctg}(\pi/n) \cdot \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{na^2 \operatorname{ctg}(\pi/n)}{4} + \frac{nb^2 \operatorname{ctg}(\pi/n)}{4} = \frac{nc^2 \operatorname{ctg}(\pi/n)}{4}$$

Iskazati riječima Pitagorin teorem

Površina pravilnog mnogougla konstuisanog nad hipotenuzom jednaka je zbiru površina pravilnih mnogouglova konstruisanih nad katetama.

Pitagorine trojke

Definicija

Pitagorine trojke

Definicija

Uređenu trojku prirodnih brojeva (a, b, c) *zovemo* **Pitagorina trojka** *ako su* a *i* b *katete, a* c *hipotenuza nekog pravouglog trougla, tj. ako vrijedi*

Pitagorine trojke

Definicija

Uređenu trojku prirodnih brojeva (a, b, c) *zovemo* **Pitagorina trojka** *ako su* a *i* b *katete, a* c *hipotenuza nekog pravouglog trougla, tj. ako vrijedi*

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Pitagorine trojke

Definicija

Uređenu trojku prirodnih brojeva (a, b, c) *zovemo* **Pitagorina trojka** *ako su* a *i* b *katete, a* c *hipotenuza nekog pravouglog trougla, tj. ako vrijedi*

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Ako su a, b, c *relativno prosti, onda kažemo da je* (a, b, c) **primitivna Pitagorina trojka**.

Pitagorine trojke

Definicija

Uređenu trojku prirodnih brojeva (a, b, c) *zovemo* **Pitagorina trojka** *ako su* a *i* b *katete, a* c *hipotenuza nekog pravouglog trougla, tj. ako vrijedi*

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Ako su a, b, c *relativno prosti, onda kažemo da je* (a, b, c) **primitivna Pitagorina trojka**.

Napomena

Trougao čije su stranice (primitivna) Pitagorina trojka se naziva **(primitivni) Pitagorin trougao**.

Uzastopni brojevi

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Sve PT čiji su članovi 3 uzastopna člana aritmetičkog niza su oblika $(3k, 4k, 5k)$, gdje je k prirodan broj.

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Sve PT čiji su članovi 3 uzastopna člana aritmetičkog niza su oblika $(3k, 4k, 5k)$, gdje je k prirodan broj.

Djeljivost

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Sve PT čiji su članovi 3 uzastopna člana aritmetičkog niza su oblika $(3k, 4k, 5k)$, gdje je k prirodan broj.

Djeljivost

U svakom Pitagorinom trouglu je:

a) dužina bar jedne katete djeljiva s 3,

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Sve PT čiji su članovi 3 uzastopna člana aritmetičkog niza su oblika $(3k, 4k, 5k)$, gdje je k prirodan broj.

Djeljivost

U svakom Pitagorinom trouglu je:

a) dužina bar jedne katete djeljiva s 3,

b) dužina bar jedne katete djeljiva s 4,

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Sve PT čiji su članovi 3 uzastopna člana aritmetičkog niza su oblika $(3k, 4k, 5k)$, gdje je k prirodan broj.

Djeljivost

U svakom Pitagorinom trouglu je:

a) dužina bar jedne katete djeljiva s 3,

b) dužina bar jedne katete djeljiva s 4,

c) dužina bar jedne stranice djeljiva s 5.

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Sve PT čiji su članovi 3 uzastopna člana aritmetičkog niza su oblika $(3k, 4k, 5k)$, gdje je k prirodan broj.

Djeljivost

U svakom Pitagorinom trouglu je:

a) dužina bar jedne katete djeljiva s 3,

b) dužina bar jedne katete djeljiva s 4,

c) dužina bar jedne stranice djeljiva s 5.

Parnost i neparnost

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Sve PT čiji su članovi 3 uzastopna člana aritmetičkog niza su oblika $(3k, 4k, 5k)$, gdje je k prirodan broj.

Djeljivost

U svakom Pitagorinom trouglu je:

a) dužina bar jedne katete djeljiva s 3,

b) dužina bar jedne katete djeljiva s 4,

c) dužina bar jedne stranice djeljiva s 5.

Parnost i neparnost

U svakom primitivnom Pitagorinom trouglu su dužine kateta različite parnosti, te je dužina hipotenuze

Uzastopni brojevi

Jedina PT čiji su članovi uzastopni prirodni brojevi je $(3, 4, 5)$.

Aritmetički niz

Sve PT čiji su članovi 3 uzastopna člana aritmetičkog niza su oblika $(3k, 4k, 5k)$, gdje je k prirodan broj.

Djeljivost

U svakom Pitagorinom trouglu je:

a) dužina bar jedne katete djeljiva s 3,

b) dužina bar jedne katete djeljiva s 4,

c) dužina bar jedne stranice djeljiva s 5.

Parnost i neparnost

U svakom primitivnom Pitagorinom trouglu su dužine kateta različite parnosti, te je dužina hipotenuze neparan broj.

Generiranje PPT

Generiranje PPT

Teorem

Sve PPT (a, b, c) u kojima je b paran su dane formulama

$$a = m^2 - n^2, \qquad b = 2mn, \qquad c = m^2 + n^2,$$

gdje je $m > n$, a m i n su relativno prosti brojevi različite parnosti.

Generiranje PPT

Teorem

Sve PPT (a, b, c) *u kojima je b paran su dane formulama*

$$a = m^2 - n^2, \qquad b = 2mn, \qquad c = m^2 + n^2,$$

gdje je $m > n$*, a m i n su relativno prosti brojevi različite parnosti.*

Teorem

Sve PPT (a, b, c) *u kojima je b paran su dane formulama*

$$a = kl, \qquad b = \frac{k^2 - l^2}{2}, \qquad c = \frac{k^2 + l^2}{2},$$

gdje je $k > l$*, a k i l su neparni relativno prosti brojevi.*

Generiranje PT

Generiranje PT

Teorem

Ako je (a, b, c) Pitagorina ili primitivna Pitagorina trojka, onda je (da, db, dc) Pitagorina trojka, za svaki prirodan broj d.

Generiranje PT

Teorem

Ako je (a, b, c) Pitagorina ili primitivna Pitagorina trojka, onda je (da, db, dc) Pitagorina trojka, za svaki prirodan broj d.

Napomena

Sve Pitagorine trojke (a, b, c) su dane identitetom

$$\left[d(m^2 - n^2)\right]^2 + (2dmn)^2 = \left[d(m^2 + n^2)\right]^2,$$

gdje su $d, m, n \in \mathbb{N}$, $m > n$, $\mathrm{nzd}(m, n) = 1$, te m i n različite parnosti.

O dužinama stranica

O dužinama stranica

1. Za svaki prirodan broj $n > 2$ postoji PT kome jedna stranica ima dužinu n.

O dužinama stranica

1. Za svaki prirodan broj $n > 2$ postoji PT kome jedna stranica ima dužinu n.
2. Postoji beskonačno mnogo PT kojima je dužina jedne stranice potpun kvadrat.

O dužinama stranica

1. Za svaki prirodan broj $n > 2$ postoji PT kome jedna stranica ima dužinu n.
2. Postoji beskonačno mnogo PT kojima je dužina jedne stranice potpun kvadrat.
3. Ne postoji PT čije su dužine dviju stranica kvadrati prirodnih brojeva. (Jednačine $x^4 + y^4 = z^2$ i $x^4 + y^2 = z^4$ nemaju rješenja u $\mathbb{N}$.)

O dužinama stranica

1. Za svaki prirodan broj $n > 2$ postoji PT kome jedna stranica ima dužinu n.
2. Postoji beskonačno mnogo PT kojima je dužina jedne stranice potpun kvadrat.
3. Ne postoji PT čije su dužine dviju stranica kvadrati prirodnih brojeva. (Jednačine $x^4 + y^4 = z^2$ i $x^4 + y^2 = z^4$ nemaju rješenja u $\mathbb{N}$.)
4. Da li postoji PT čije su dužine svih stranica potpuni kvadrati?

O dužinama stranica

1. Za svaki prirodan broj $n > 2$ postoji PT kome jedna stranica ima dužinu n.
2. Postoji beskonačno mnogo PT kojima je dužina jedne stranice potpun kvadrat.
3. Ne postoji PT čije su dužine dviju stranica kvadrati prirodnih brojeva. (Jednačine $x^4 + y^4 = z^2$ i $x^4 + y^2 = z^4$ nemaju rješenja u $\mathbb{N}$.)
4. Da li postoji PT čije su dužine svih stranica potpuni kvadrati? (Da li jednačina $x^4 + y^4 = z^4$ ima rješenje u $\mathbb{N}$?)

O dužinama stranica

1. Za svaki prirodan broj $n > 2$ postoji PT kome jedna stranica ima dužinu n.
2. Postoji beskonačno mnogo PT kojima je dužina jedne stranice potpun kvadrat.
3. Ne postoji PT čije su dužine dviju stranica kvadrati prirodnih brojeva. (Jednačine $x^4 + y^4 = z^2$ i $x^4 + y^2 = z^4$ nemaju rješenja u $\mathbb{N}$.)
4. Da li postoji PT čije su dužine svih stranica potpuni kvadrati? (Da li jednačina $x^4 + y^4 = z^4$ ima rješenje u $\mathbb{N}$?)
5. Prirodan broj n može biti dužina hipotenuze PT ako i samo ako n ima bar jedan prosti faktor oblika $4k + 1$.

O dužinama stranica

1. Za svaki prirodan broj $n > 2$ postoji PT kome jedna stranica ima dužinu n.
2. Postoji beskonačno mnogo PT kojima je dužina jedne stranice potpun kvadrat.
3. Ne postoji PT čije su dužine dviju stranica kvadrati prirodnih brojeva. (Jednačine $x^4 + y^4 = z^2$ i $x^4 + y^2 = z^4$ nemaju rješenja u $\mathbb{N}$.)
4. Da li postoji PT čije su dužine svih stranica potpuni kvadrati? (Da li jednačina $x^4 + y^4 = z^4$ ima rješenje u $\mathbb{N}$?)
5. Prirodan broj n može biti dužina hipotenuze PT ako i samo ako n ima bar jedan prosti faktor oblika $4k + 1$.
6. Ne postoji PT čija je površina potpun kvadrat.

To bi bilo sve.

To bi bilo sve.

HVALA NA PAŽNJI