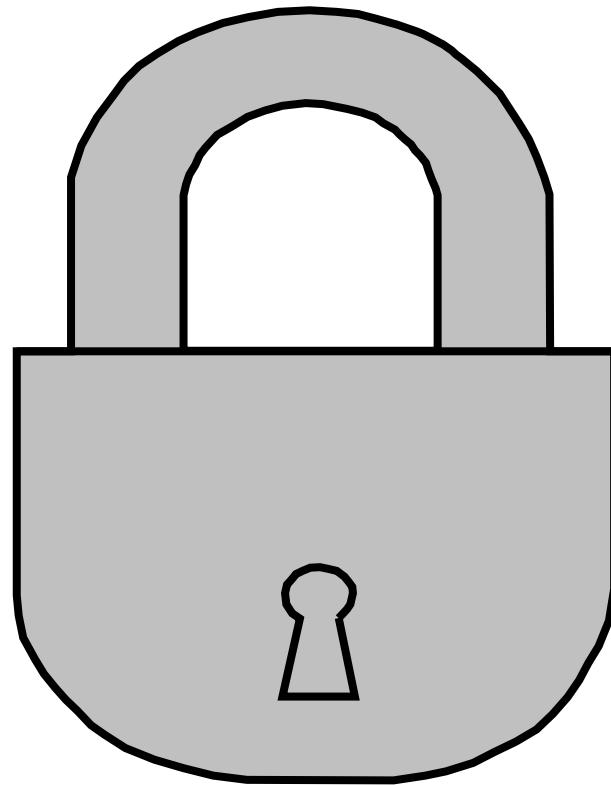
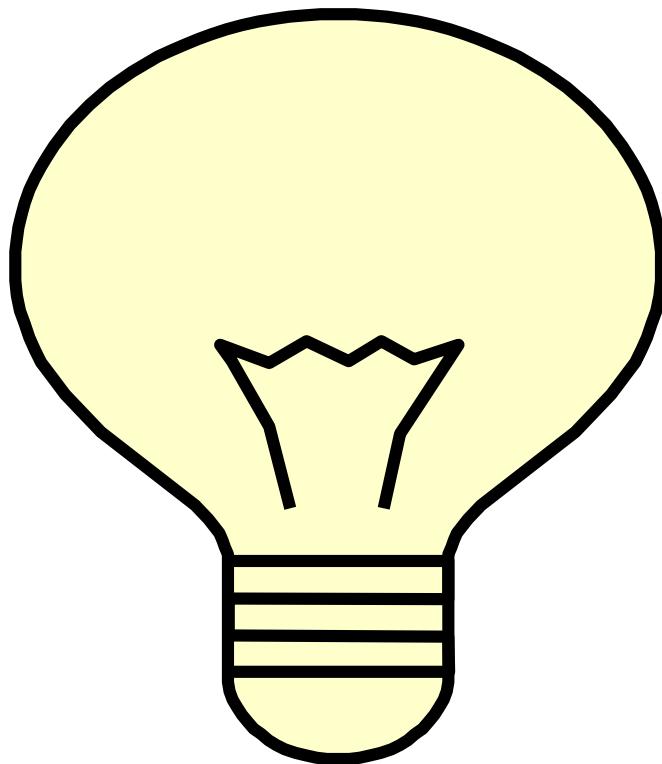


# **Motivacija učenika u nastavi matematike**

**ROMELA ŠUNJIĆ,  
prof.matematike**



# Motivacija učenika u nastavi matematike



# Uvod [1]

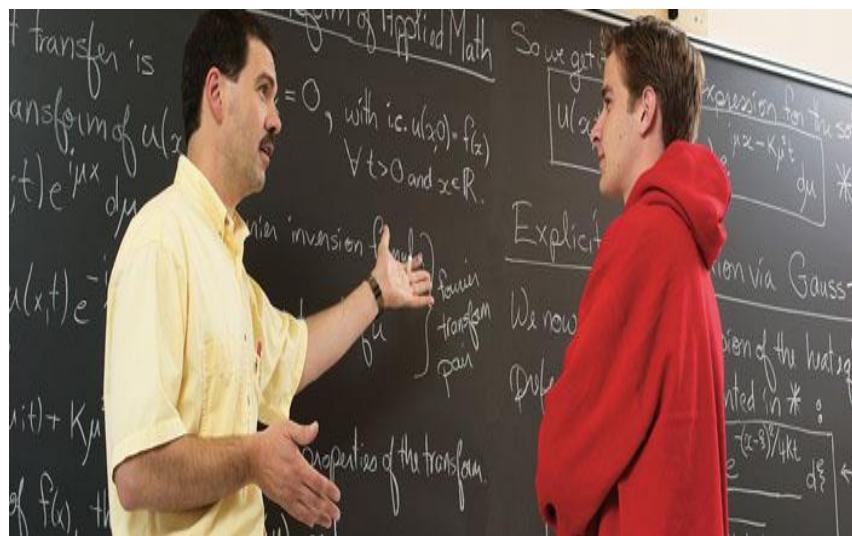
- Kao učitelji i nastavnici često postavljamo pitanje :

„Kako motivirati učenike da bi postigli što bolje rezultate u nastavi matematike?“



# Uvod [2]

- Odgovorit na ovo pitanje nije jednostavno.  
I nakon višesatnih rasprava do željenih  
odgovora bi teško došli.



# Na sljedeća pitanja pokušat ćemo odgovoriti na ovom seminaru...

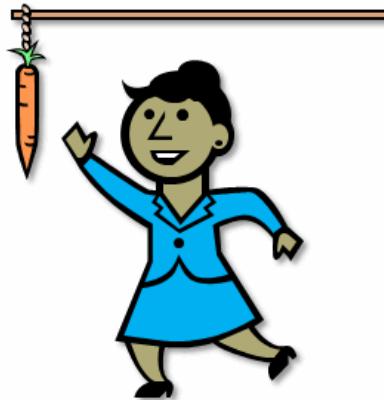
- 1.U čemu je problem?
- 2.Kako ga riješiti?
- 3.Kako ih adekvatno motivirati?
- 4.Jesu li ocjene motivirajući faktor ili nešto drugo?
- 5.Možemo li ostvariti bolju motivaciju u klasičnoj nastavi iz matematike?
- 6.Kako danas učenici doživljavaju nastavni proces?



# MOTIVACIJA...

Definicija:

„Motivacija je proces u živom biću koji to živo biće pokreće prema određenom cilju.“

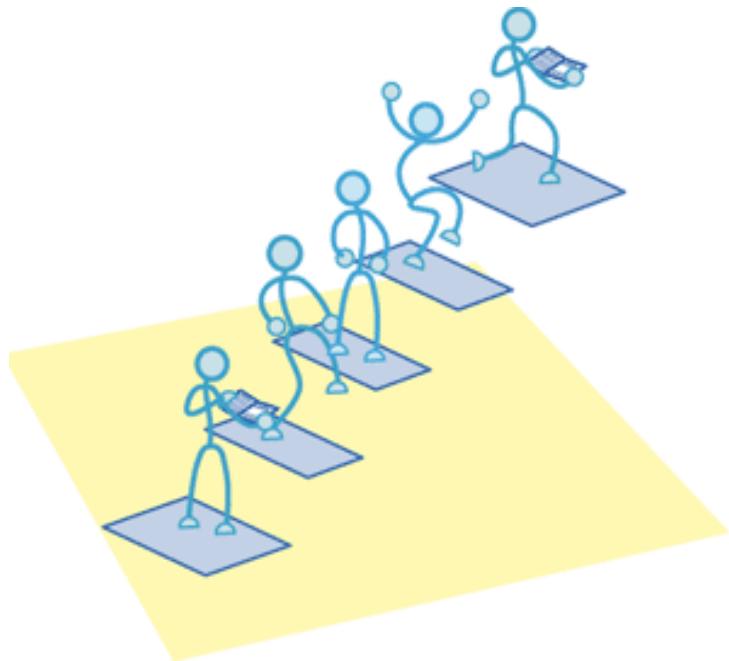


If only I could get that carrot. I'd  
be so happy and successful.



# Motiv....

Motiv je svaka pobuda koja usmjerava to ponašanje ka određenom cilju, odražava to ponašanje i određuje mu intenzitet...



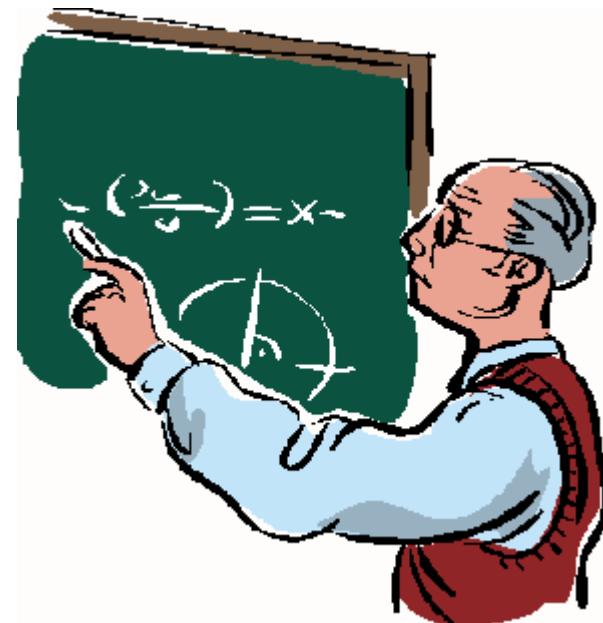
## Motiv [2]...

- Govorit ćemo o vezama motivacije i poučavanja, s posebnim naglaskom na utjecaj učitelja (nastavnika) na motivaciju učenika...



# U čemu je problem?

- Problem motiviranosti učenika je naša stvarnost u školama.
- Uzroci nezainteresiranosti učenika za nastavni sadržaj ili bilo koju drugu aktivnost u većini slučajeva se javlja u cjelokupnom školskom sustavu.



# Zašto?

Zato što smo:

- usmjereni na ispunjavanja „pošto – poto“ nastavnih planova i programa;
- pod snažnim utjecajem poticaja ili pritisaka koji dolaze izvana (školska statistika, ostvarenja i očekivanja roditelja, okoline ravnatelja)

Sve to vodi ka površnom pristupu učenju i strahu od neuspjeha (učenik je fokusiran samo na prolaznost, a ne na uspjeh). Ishodi učenja nisu fleksibilni i ne mogu se lako transferirati u različite kontekste primjene (znanja su „kruta“).



# Primjer .....

## Problem:

Učenici ne znaju kako povezati stečena znanja s novim nastavnim gradivom.

Logički ne povezuju matematičke činjenice, tj imaju samo znanje koje ne znaju primijeniti u svakodnevnom životu.



## 2. Kako riješiti problem?

Postoji niz teza kako riješiti ovaj problem. Neke su:

- Osobni kontakt (učenik + učitelj);
- Radni kontakt;
- Odgojno – obrazovna klima;
- Radna klima (dobri uvjeti: komunikacija učenik – učitelj);
- Emocionalna klima (ugodnost i opuštenost bez straha od ocjene kao kazne);
- Socijalna klima (jednakost svih učenika u nastavnom procesu, jer su djeca najsenzibilnija po pitanju ocjena)…



# Što treba izbjegavati?

Treba izbjegavati monotoniju.

- Monotonija predstavlja određeni emocionalni doživljaj. To je psihološka pojava koja nastaje jednoličnim načinom rada.
- Kod učenika izaziva zasićenost i ograničen kapacitet motivacije i svjesnog sudjelovanja u nastavi matematike (prividno i površno poznavanje gradiva, povezivanje činjenica, gradiva i sl.).



## Primjer...

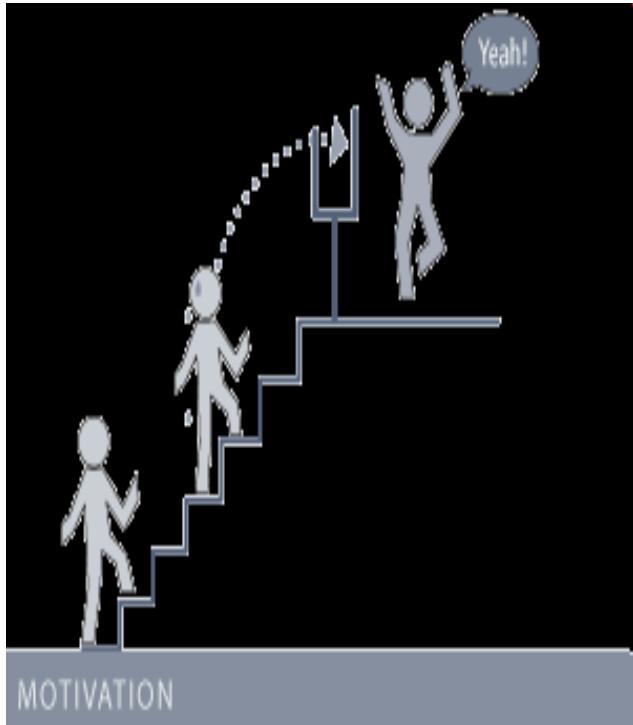
Riješi sustav jednadžbi:

$$\begin{cases} \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 12 \\ \operatorname{Re} z \cdot \operatorname{Im} z = 32 \end{cases}$$

ako je  $z=x+yi$ .



# Kako adekvatno motivirati učenike ?



Motivacija je nešto što potkrepljuje, obrazlaže ili daje dokaze nekih akcija. Može se kazati da motivacija predstavlja temelj svakog djelovanja. Iz naše pedagoške prakse i stvarnog života znamo da motivacija može biti:konstruktivna i destruktivna. Kod konstruktivne prirode motivacije veoma je važno učenika motivirati za dugoročan rad koji će ga odvesti do željenog životnog djelovanja: dobar zanatlija, inženjer, liječnik, arhitekta...

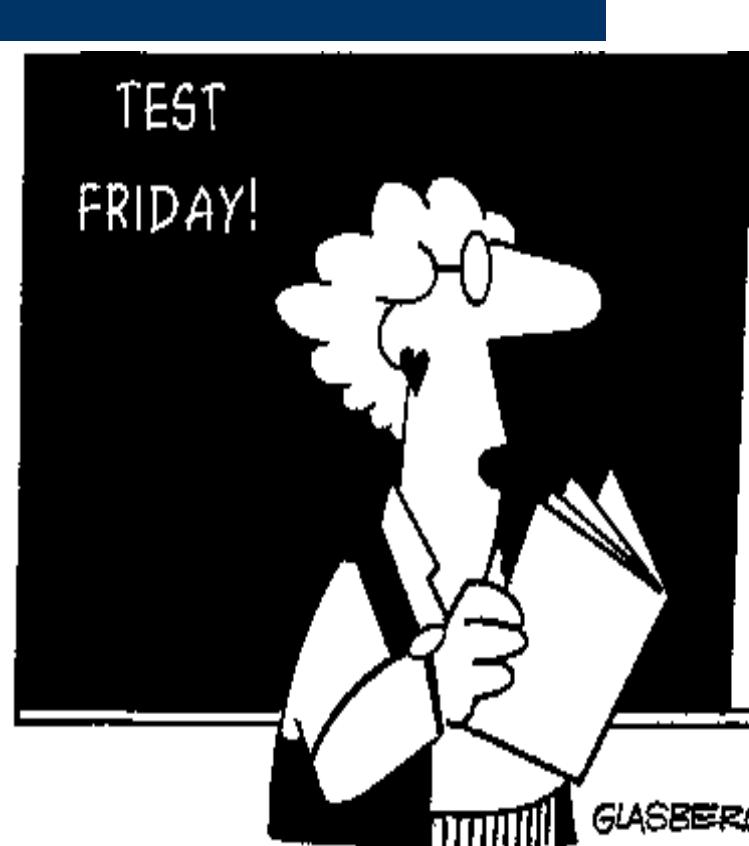


## Kako adekvatno motivirati učenike ? [2]

Destruktivna priroda motivacije  
jeste u negativnosti

(destruktivnom stavu - hoću  
odmah dobru ocjenu jer sam  
vježbao dan - noć).

Takvim pristupom dobivamo  
motivacijski faktor koji će  
stvarati konstantne probleme  
na putu ka uspjehu.



# **Podjela ili strategija voljne kontrole i motivacije po Khulu (1987)**

**1.Kontrola pozornosti:**

svjesno upravljanje pozornosti na prenesene informacije koje bi poduprle tendenciju motivacije.

**2.Kontrola motivacije:**

ciljano povećanje osobne motivacije koje izvodi aktualnu namjeru.

**3.Kontrola emocija:**

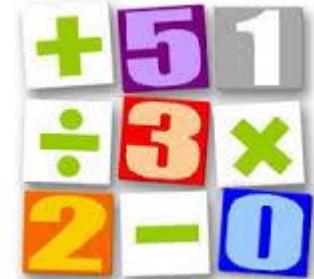
osobni uspjeh koji proučava učinkovitost kontrole djelovanja.

**4.Savladavanje uspjeha usmjerenog na djelovanje.**

**5.Kontrola okoline.**

**6.Racionalnost i podjela informacija .**



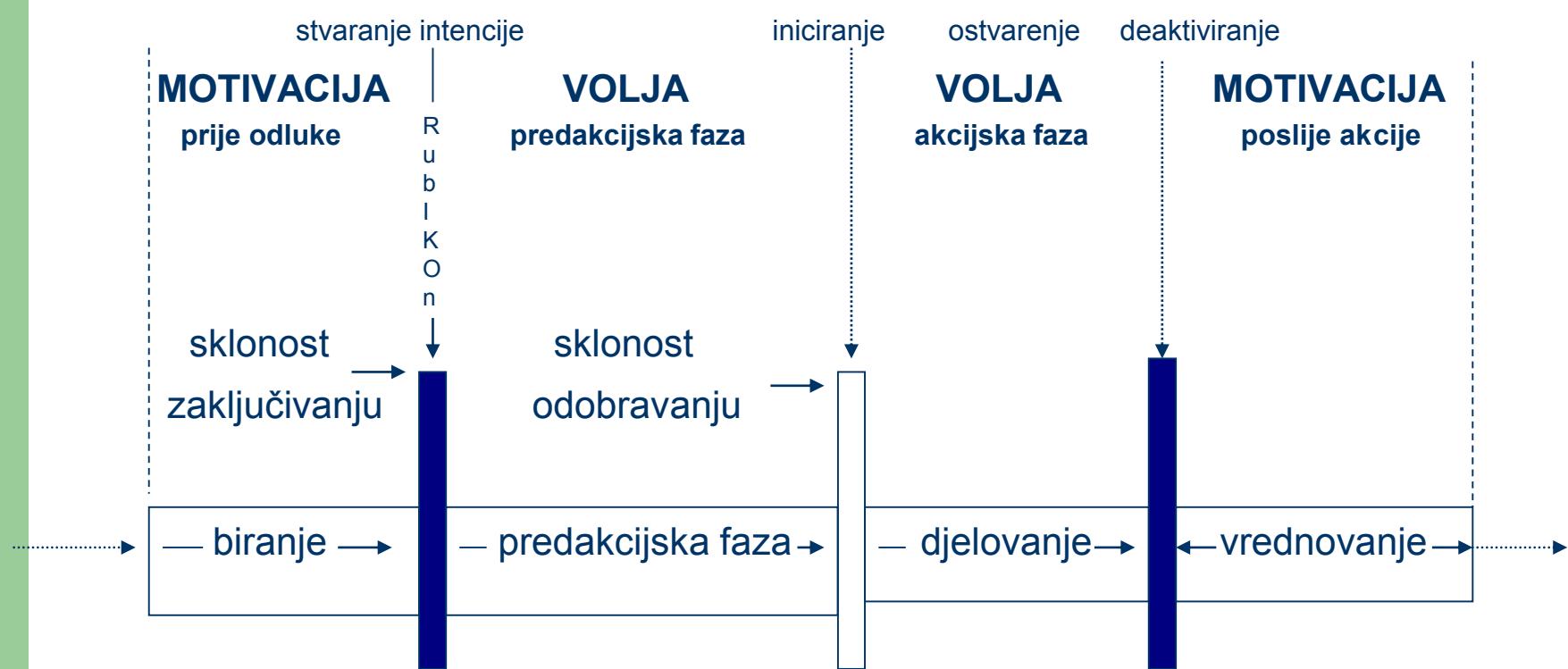


## Primjer: Rubikonov model (Heckhausen, 1987)

- Model je dobio ime po rijeci koju je Cezar prešao 49. godine prije Krista i započeo neopozivi građanski rat.
- **Kocke su bile bačene** i od tada se radilo samo o najboljoj mogućoj realizaciji donesene odluke.
- Najvažnija značajka ovog modela je presudni trenutak između faze razmišljanja i faze nakon što se doneše odluka, dakle prije nego što se pređe Rubikon, su motivacijski (npr. algebarski razlomci).
- Slijed po završetku radnje je voljni.



# Psihološki slijed faza djelovanja



## 4.Jesu li ocjene motivirajući faktor ili ...?

- Veoma važan motiv za rad učenika je ocjena, a naročito u osnovnoj školi. Nas su učili da ocjena nije mjerilo znanja već usvojenost gradiva.
- Današnje učenike zanima samo ocjena kao glavni i krajnji cilj,zbog toga bi učitelji (nastavnici) redovitije trebali nagrađivati istraživački rad učenika poticajnim ocjenama.
- Kako su učenici najosjetljiviji kod ocjenjivanja, na početku školske godine treba odrediti jasna pravila za:
  - a) pisane ispite znanja
  - b) za usmene ispite znanja
  - c) za aktivnost na satu
  - d) za nagrade i pohvale i sl...pa motivacija neće izostati.



## 4.Jesu li ocjene motivirajući faktor ili ...? [1]

- Učitelj (nastavnik) treba pronaći dobar psihološki i pedagoški omjer kako bi sam odnos  
 $\text{učenik} + \text{učitelj} = \text{ocjena}$   
bio što bolji i učinkovitiji.
- Primjer:  
Učenik ima negativnu ocjenu iz pisanog ispita znanja, ali je uradio cio zadatak i u drugom pogriješio u računu. Treba mu pružiti šansu da pred pločom ispravi pogrešku ili reći „Ovaj rad je nedovoljan (1), ali uradio si jedan zadatak i to je napredak, još malo vježbe i bit će pozitivna ocjena.“



# POHVALA?

- Pohvala, pa bila ona i minimalna polučit će više motivacije kod učenika nego kritika

„Ti ne znaš računati, nisi za ove škole i slično...“

Veoma je važno svaku ocjenu javno i pismeno komentirati i na taj način se postiže dobra radna i emocionalna klima u odjelu. Kada učitelj (nastavnik) komentira važno je da iskazuje povjerenje u učenikove mogućnosti i sposobnosti te ga na taj način potiče na učenje.



# ISTRAŽIVANJA

Istraživanja govore da učenici pristupaju učenju na jedan od sljedeća tri načina:

- dubinski pristup (10%)
- površinski pristup (75%)
- strateški pristup (15%).



# ISTRAŽIVANJA [1]

- Učenici koji učenju pristupaju dubinski žele uočiti matematički smisao, razumjeti, povezati, analizirati, angažirati se i primijeniti znanje u svakodnevnom životu.
- Učenici s površinskim pristupom nisu posve zainteresirani za razumijevanje predmeta. Njihova temeljna motivacija je dobiti dobru ocjenu uz malo uloženog truda ili što je jednostavnije ići na instrukcije,a ne usvajanje kvalitetnog i trajnog znanja.
- Učenici koji zauzimaju strateški pristup učenja žele ostvariti dobar uspjeh u nastavi i organizirati se tako da postignu što bolji omjer između uloženog napora i krajnjeg rezultata.



# ISTRAŽIVANJA [2]

- Najbolji rezultat učenici postižu kombinacijom dubinskog i strateškog pristupa. Najvažniji segment motivacije učenika jest učiteljev (nastavnikov) pristup vrednovanja njihovoga znanja. Sam pristup tom poslu je zahtjevan, način predavanja, odnos spram učenicima,dinamika rada...
- Ponekad, pogotovo kod učenika sa strateškim pristupom učenja motivacija se često pretvori u suprotnost - demotivira učenika u učenju, ostavljajući samo vanjske elemente motivacije.



# Što treba izbjegavati?

Učitelj (nastavnik) treba izbjegavati:

- način provjere znanja koji je jednoličan i stalan;
- česte provjere znanja
- rijetke provjere znanja
- ne vrjednovati svaku aktivnost
- slabu povratnu informaciju i slično.



## 5. Možemo li ostvariti bolju motivaciju u klasičnoj nastavi matematike?

- Veću motiviranost i interpolaciju u klasičnoj nastavi matematike je moguće dići na veću razinu.

Primjer:

Učenici su informatički pismeni, a to znači da im učitelji (nastavnici) mogu dati zadatke koji će ih motivirati za novu nastavnu cjelinu. Npr:

- Koordinatni sustav (kako avioni lete, a brodovi plove bez prometnih znakova).
- Skup cijelih brojeva (trgovina u ranom brončanom dobu);
- Primjena trigonometrije u graditeljstvu (Partenon, piramide, Sikstinska kapela, Aja Sofija, Maslenički most i sl.);
- Trigonometrijske funkcije (geodezija, medicina, fizika...);
- Primjena linearnih jednadžbi u svakodnevnom životu.



# Nastavnik?

- Preduvjet za uspješan rad i dobru motivaciju je razvijanje pozitivne slike o učitelju (nastavniku) kao lučonoši znanja, dobrom i predanom predavaču, nadasve pravednom, koji je spremam na suradnju s učenicima i roditeljima, onog koji omogućava uspjeh, gradi toleranciju, osvješćuje emocije ponosa i samopoštovanja.



## 6.Kako danas učenici doživljavaju nastavni proces ?

- Većina učenika smatra nastavne planove i programe teškim (sve se mora učiti, ne postoje razine znanja unutar programa), dosadnim i neprimjenjivim u svakodnevnom životu.



# Zašto je to tako?

- Vjerojatno zato što su učitelji (nastavnici) pod pritiskom vremenskih rokova realizacije samog nastavnog plana i programa, poštivanja Pravilnika o ocjenjivanju, pritisaka roditelja i nadređenih, loših udžbenika i sl. Dobar učitelj (nastavnik) može motivirati učenika kako za istraživački rad,tako i za redoviti rad unutar nastavnog procesa.
- Primjer:
  - Priča o znamenkama;
  - JMBG;
  - Dekadski brojevni sustav;
  - Zlatni rez i slično.



# Za kraj...

Evo što učenici misle kakav je dobar i uspješan  
učitelj (nastavnik):

- Voli svoj posao;
- Razumije učenike;
- Motivira na uspjeh;
- Pravičan i dosljedan;
- Razgovara o problemima u odjelu i daje zaduženja;
- Stvara dobru radnu klimu;
- Šali se i uvijek je spremam pomoći;
- Strog i zahtjeva (takvi se pamte do kraja života);
- Nema veza i ne podlježe pritisku „velikih“ roditelja i ravnatelja...



# Hvala na pozornosti...



# *FRAKTALI*

Marija Jurić

Vlatko Trninić



# Fraktali

- Dolazi od latinske riječi *fractus*- rastrgan, izlomljen
- Geometrijski oblici poput pravokutnika, kružnica i trokuta ali sa posebnim svojstvima koje ovi nemaju, a to je svojstvo samosličnosti. To znači da fraktal može biti podjeljen u sitne djelove od kojih je svaki reducirana kopija veće cjeline.







# Povijest fraktala

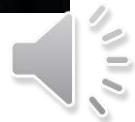
- 20-ih god. prošlog st. francuski matematičari Pierre Fratou i Gaston Julia utemeljili su ovo područje matematike, a nekoliko desetljeća(1960) kasnije Benoit Mandelbrot, francuski matematičar oživljava proučavanje fraktala jednim svojim radom u kojem se bavi odgovorom na pitanje:

*Koliko je duga britanska obala?*



# Benoit Mandelbrot

- Vodeći znanstvenik na polju fraktalne geometrije
- Dao naziv fraktalima
- Inzistirao na upotrebi fraktala kao realnih i korisnih modela za mnoge prirodne fenomene uključujući oblik obala i rijeka, strukturu biljaka itd.

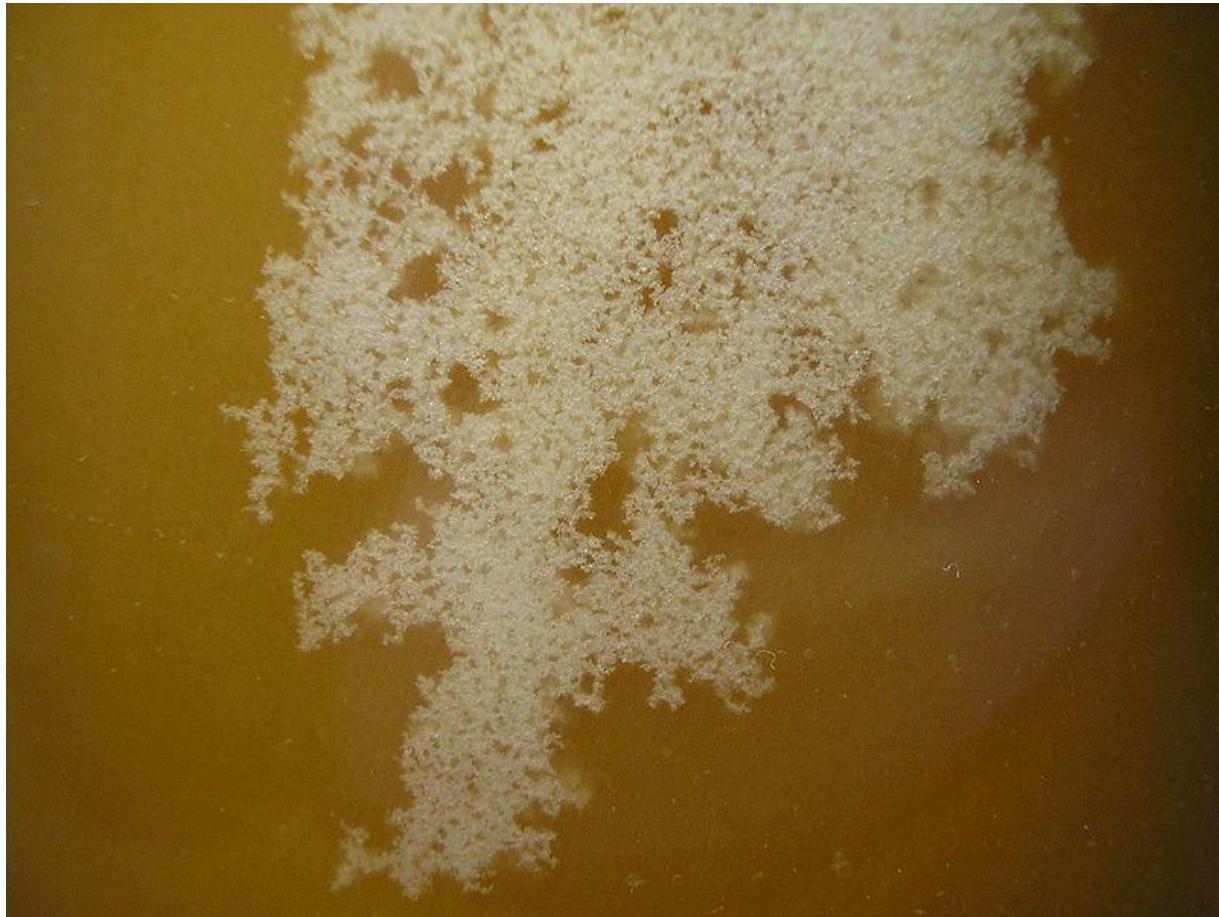


# Fraktali u prirodi

- Mogućnost primjene fraktala leži u činjenici da mnogi od njih sliče prirodnim pojavama, zapravo na neki način cijeli svijet je sačinjen od fraktalnih oblika
- Fraktalnu strukturu daje kristalizirani med, posebna vrsta brokule, te neki dijelovi ljudskog tijela (npr. krvne žile)







# Kako nastaju fraktali?

- kao rezultat neprekidnog slučajnog ponašanja(otuda izvire i danas vrlo popularna teorija kaosa)
- *interacijama* - uzastopnim ponavljanjem nekog zadanog postupka, pri čemu se taj postupak može definirati tzv. *rekurzivnim formulama*



# Podjela fraktala po stupnju samosličnosti

- **Potpuno samoslični fraktali** su oni koji sadrže kopije sebe koje su slične cijelom fraktalu
- **kvasisamoslični fraktali** - fraktali koji sadrži male kopije sebe koje nisu slične cijelom fraktalu, nego se pojavljuju u iskrivljenom obliku
- **statistički samoslični fraktali** -fraktali koji ne sadrže kopije samog sebe, ali neke njegove osobine ostaju iste pri različitim mjerilima



# Potpuno samoslični fraktali

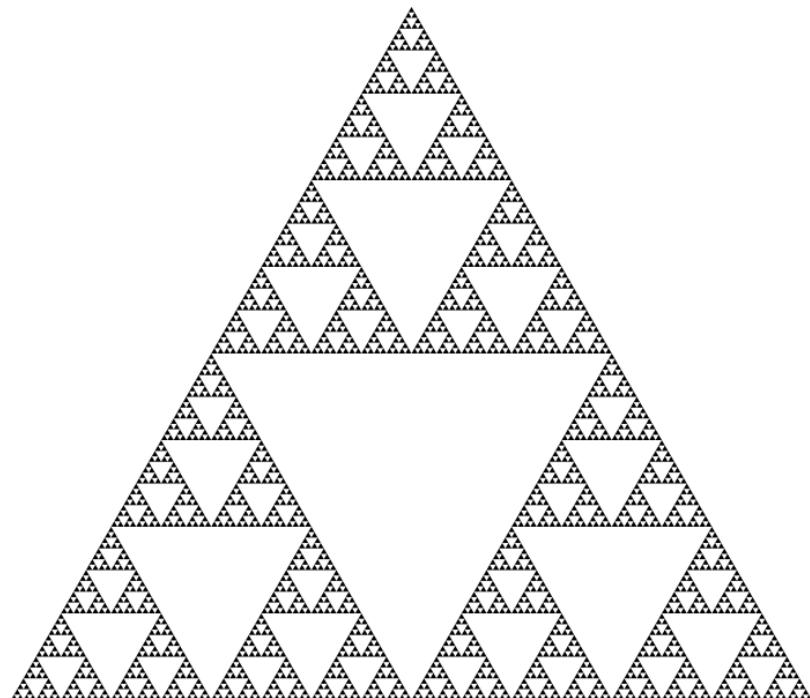
- trokut Sierpińskog;
- Kochova krivulja;
- Hilbertova krivulja;
- Cantorov skup;



# Trokut Sierpińskog

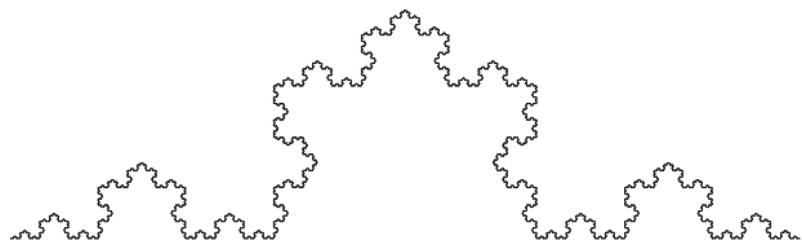
- opisao ga poljski matematičar Wacław Franciszek Sierpiński
- jedan je od najjednostavnijih primjera fraktala
- fraktalna mu je dimenzija

$$\frac{\log 3}{\log 2} \approx 1.585$$



# Kochova krivulja

- Predstavio ju je švedski matematičar Niels Fabian Helge von Koch 1904. godine
- jedne od prvih opisanih frakタルnih krivulja
- Topološka dimenzija im je 1, a frakタルna

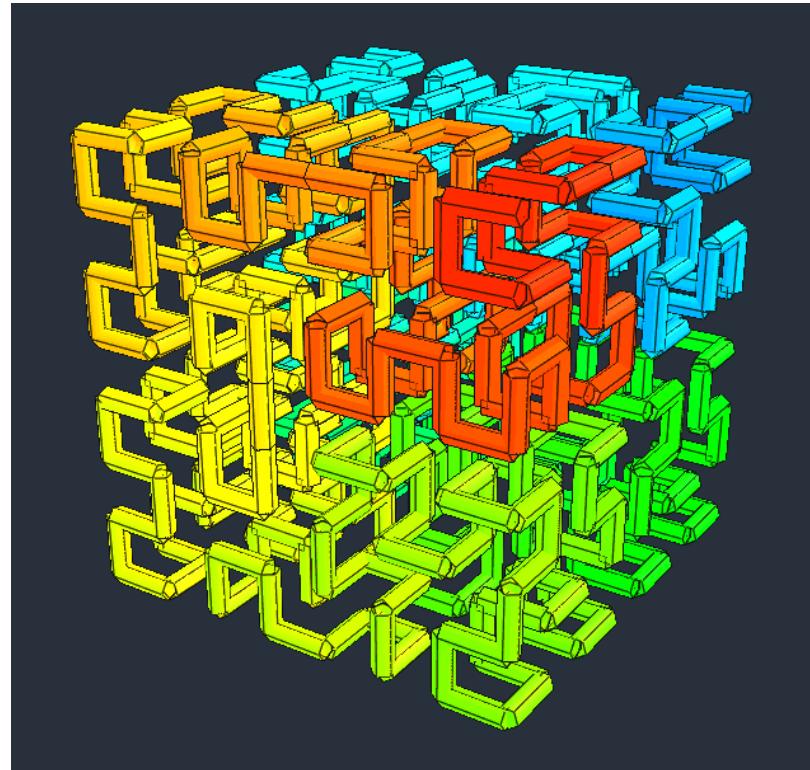


$$\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.2619$$



# Hilbertova krivulja

- Beskonačno gusta krivulja koju je opisao njemački matematičar David Hilbert 1891. godine.



# Cantorov skup

- skup odvojenih točaka dužine koji se dobije konstantnim izbacivanjem srednje trećine svih preostalih segmenata. To je fraktal topološke dimenzije 0 (nula). Predstavio ga je njemački matematičar Georg Cantor 1883. godine.



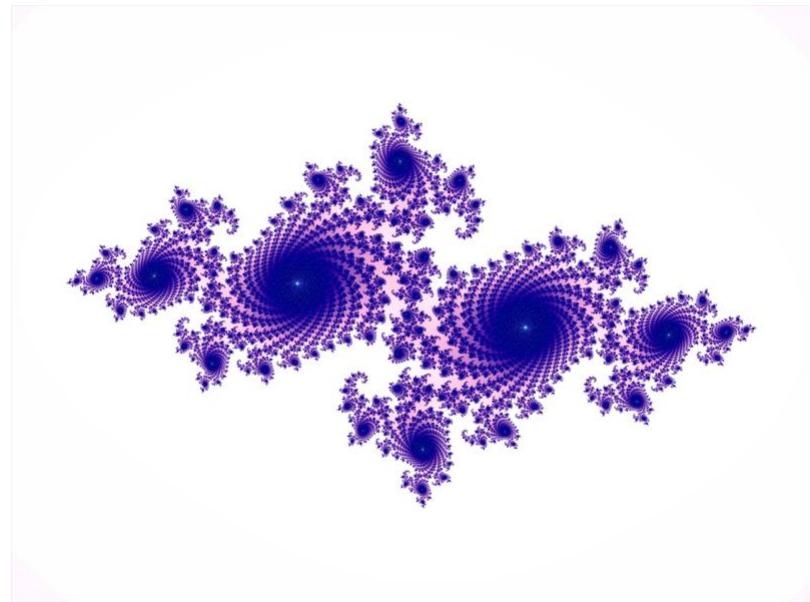
# Kvazisamoslični fraktali

- Mandelbrotov skup
- Julijev skup



# Julijev skup

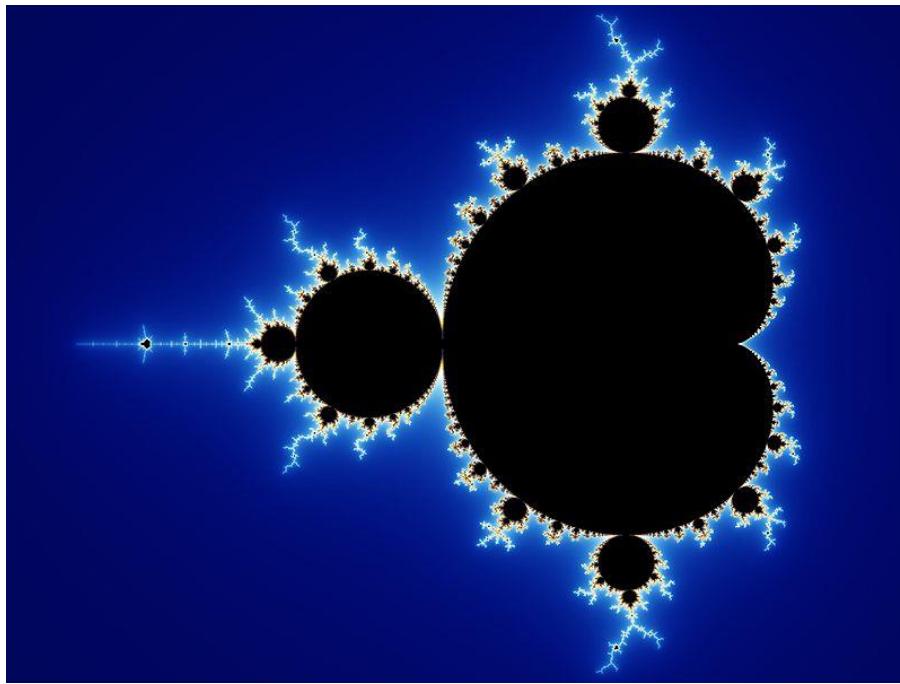
- Dobio je ime po francuskom matematičaru Gastonu Juliji.
- granica dvaju skupova točaka  $z_0 = x + yi$ : onog gdje niz  $z_{n+1} = f(z_n)$  konvergira nekoj vrijednosti te onog gdje taj niz divergira, odnosno teži u beskonačnost ( $f(z_n)$  može biti bilo koja funkcija)



# Mandelbrotov skup

- Dobio je ime po francuskom matematičaru Benoîtu Mandelbrotu
- Dobiven iz jednadžbe u skupu kompleksnih brojeva, a ta jednadžba glasi:  $z_{n+1} = z_n^2 + c$
- Skup kompleksnih brojeva koji se dobije na sljedeći način: odabere se kompleksni broj  $c$ . taj se broj kvadrira i doda mu se isti broj  $c$ , te se dobije  $z_1$ . zatim se kvadrira broja  $z_1$ , doda se  $c$  i dobije  $z_2$ . Tako se nastavlja na jednak način, a pritom se uzima  $z_0 = 0$ . Geometrijska pedodžba ovog skupa je fraktal.





# Statistički samoslični fraktali

- **Perlinov šum** jest vrsta matematičke funkcije koja se koristi na nebrojene načine u računalnoj grafici. Funkcija se dobije zbrajanjem više funkcija koje su dobivene slučajnim odabirom točaka, gdje svaka sljedeća funkcija ima dvostruko manju amplitudu i dvostruko veću frekvenciju.
- Osmislio ju je Ken Perlin 1983. godine.



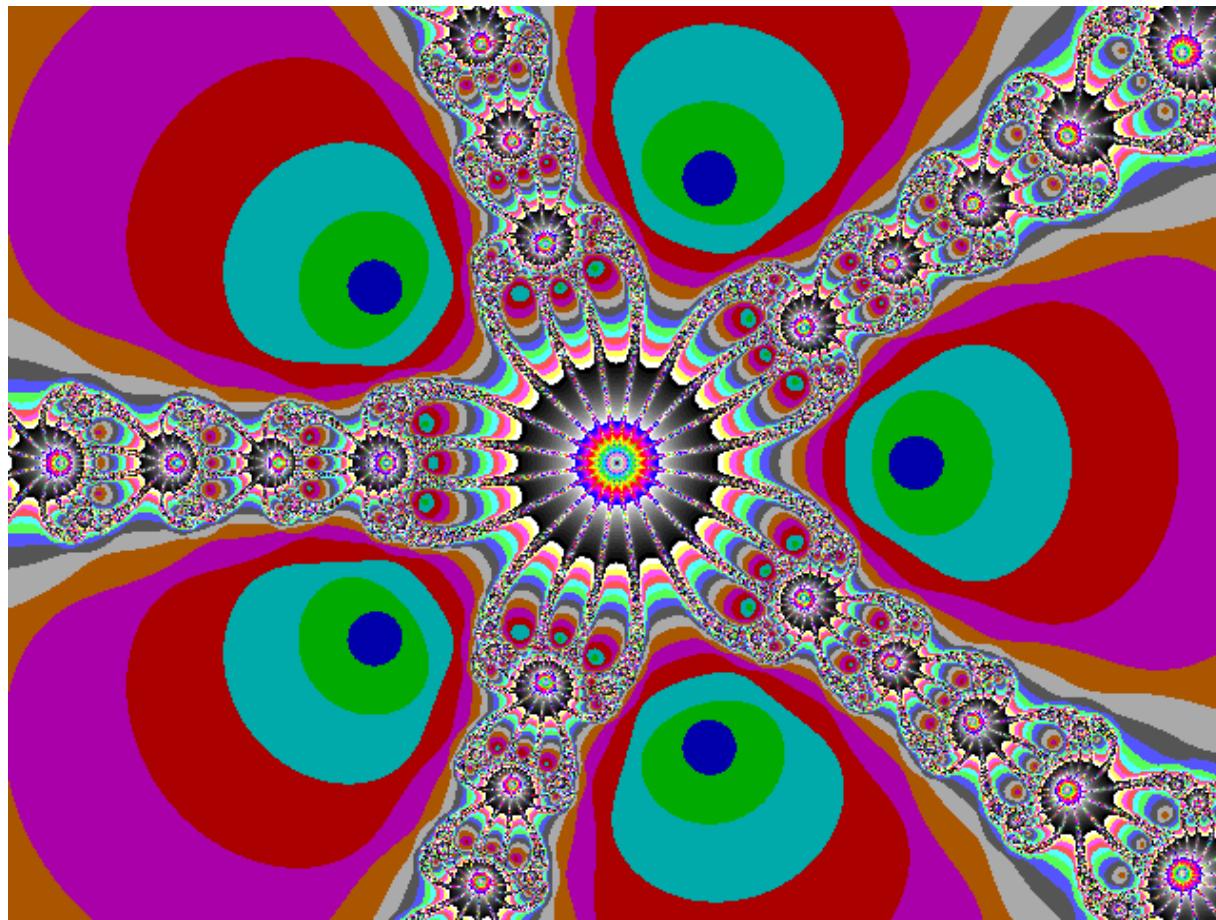
# Primjena fraktala

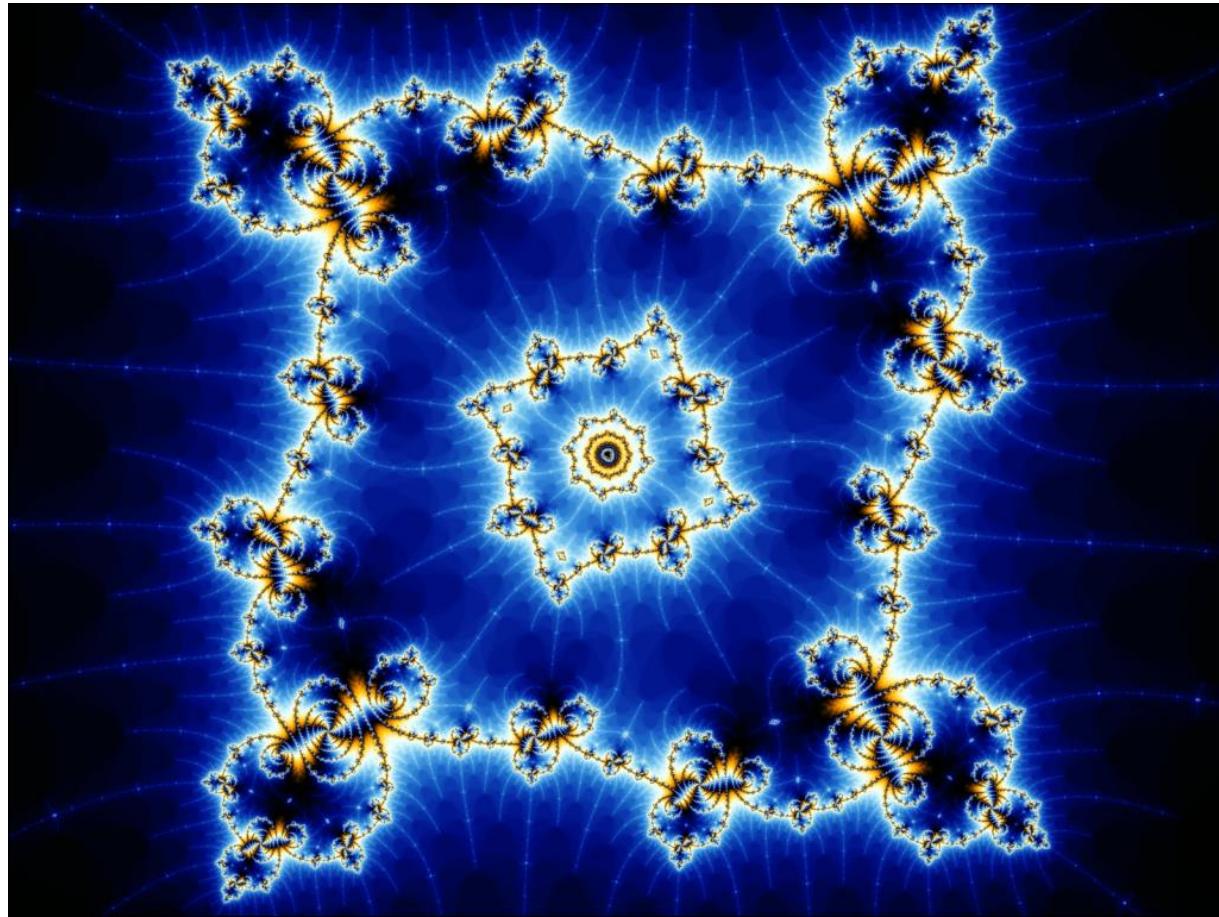
- Fraktali su našli primjenu u različitim aspektima ljudskog života, od znanosti (kemija, matematika, biologija, ekonomija i astronomija), umjetnosti (likovne, filmske, glazbene) pa sve do meditacije, a najjednostavniji primjer primjene fraktala **u računalnoj grafici** jest stvaranje terena, posebice planina

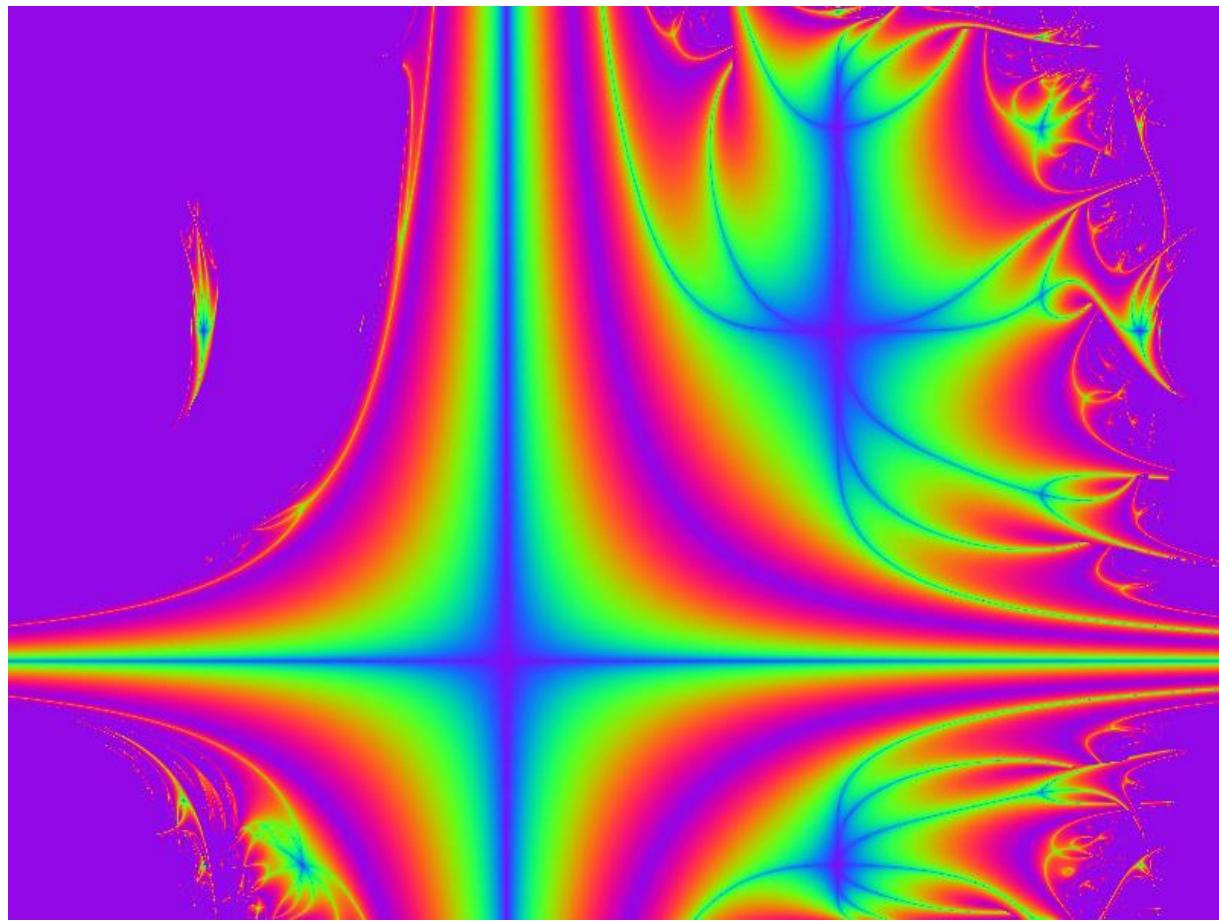


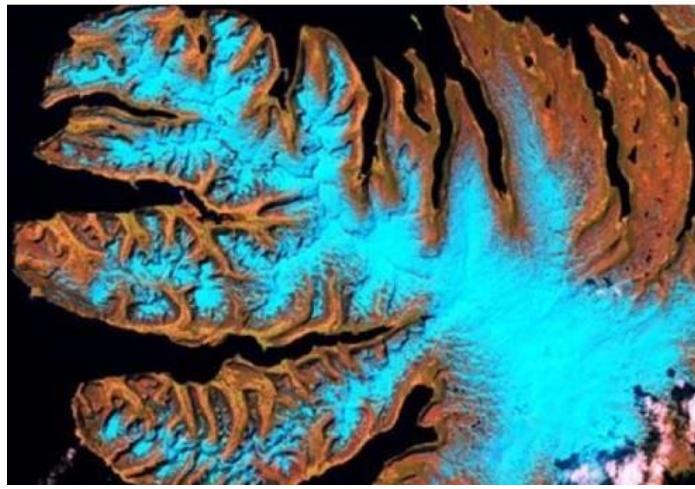


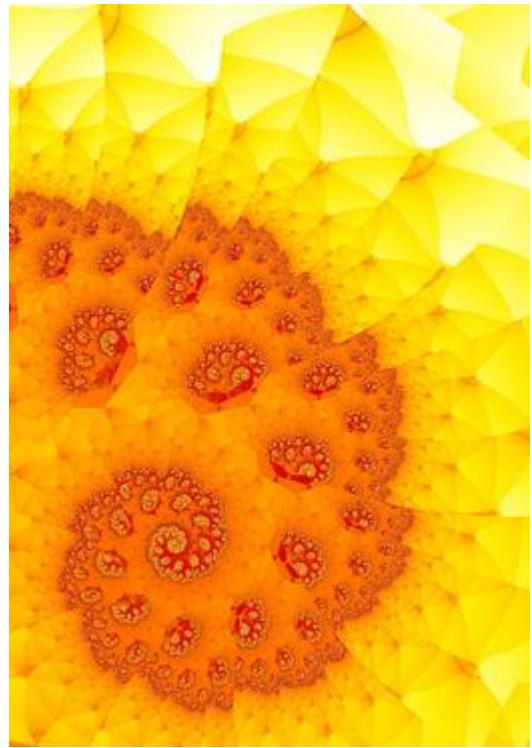






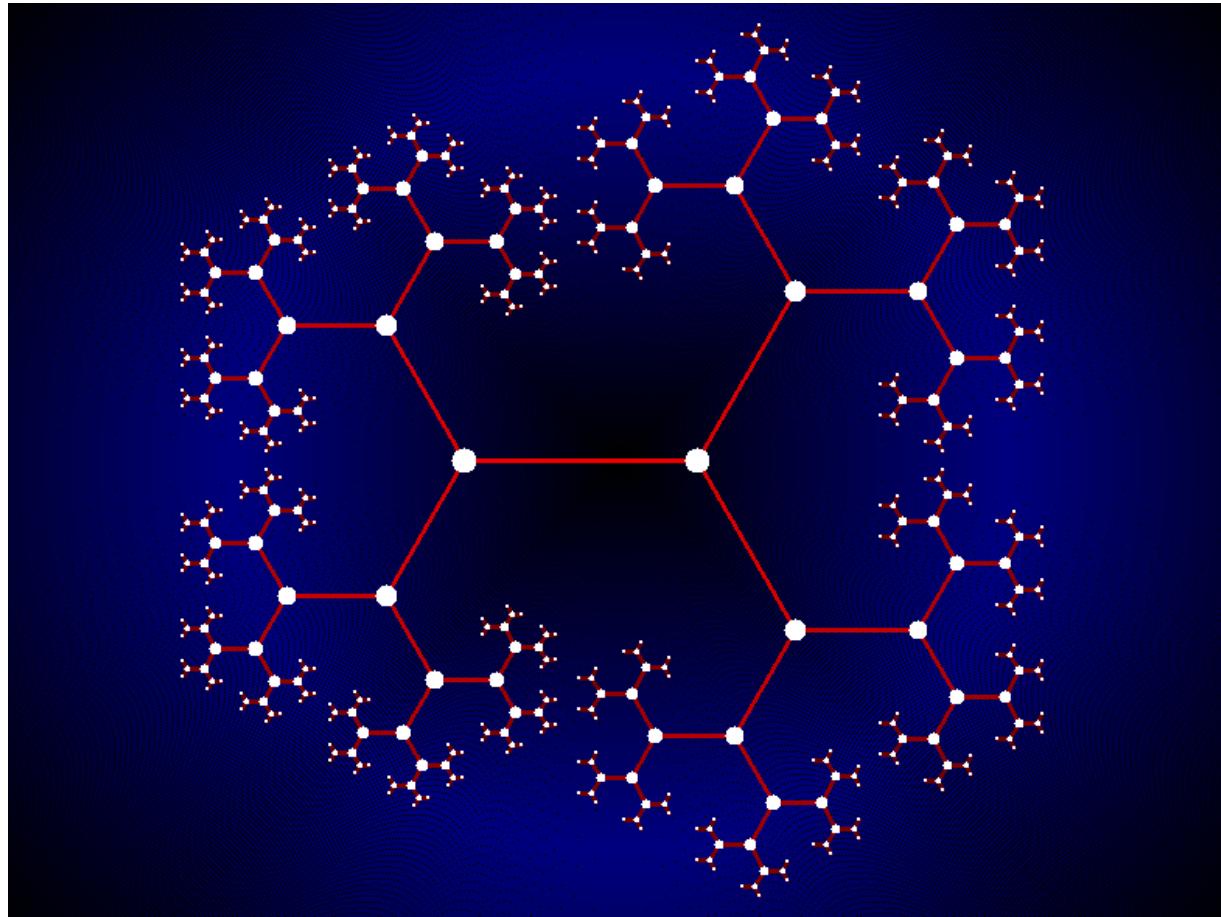






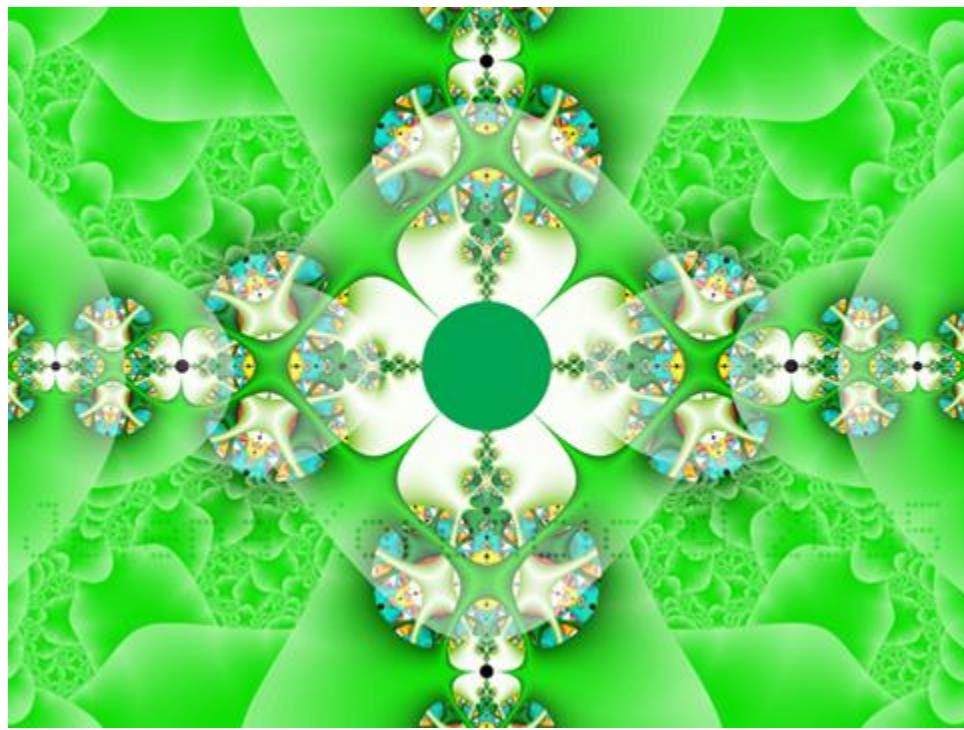


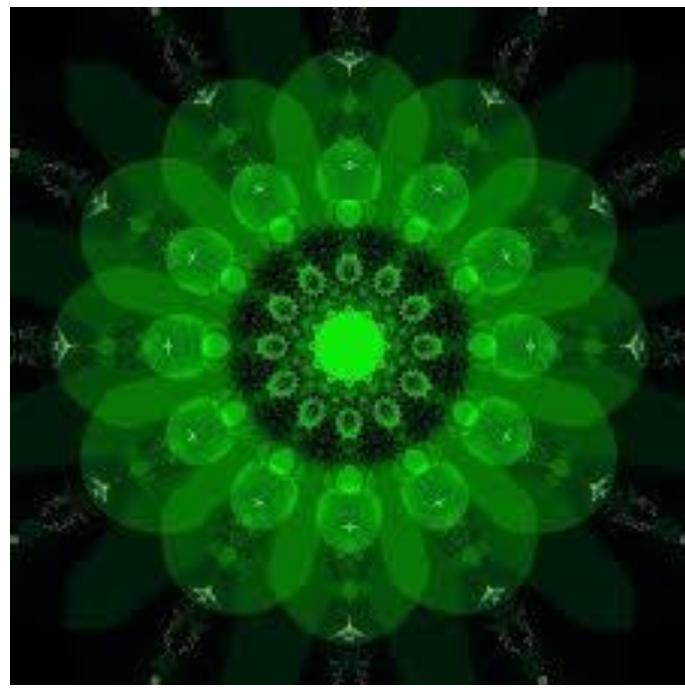


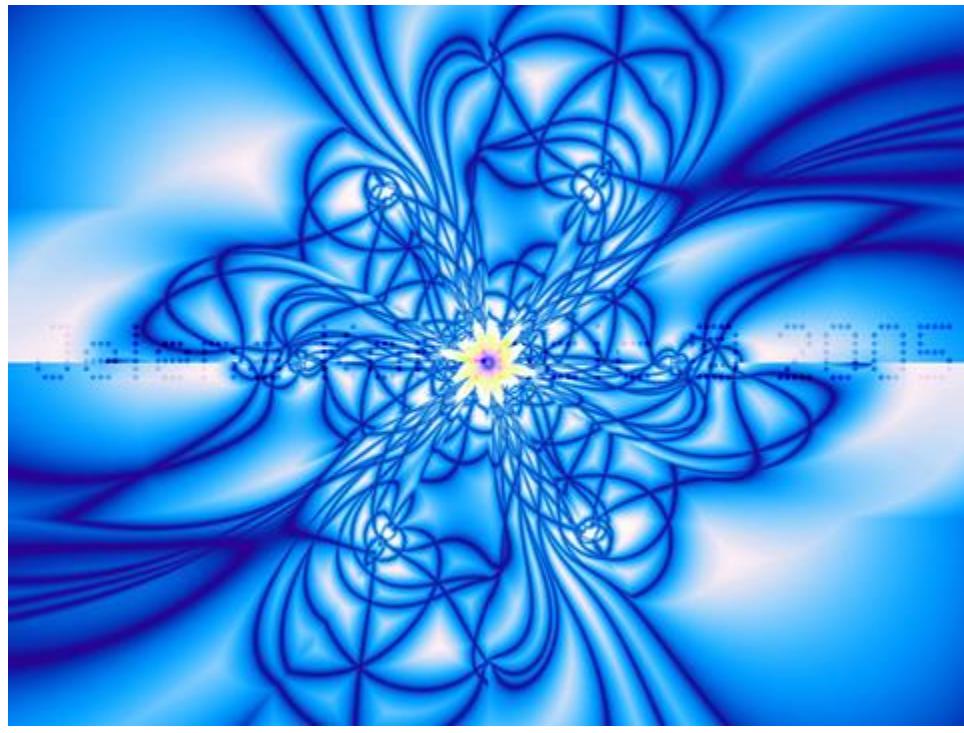


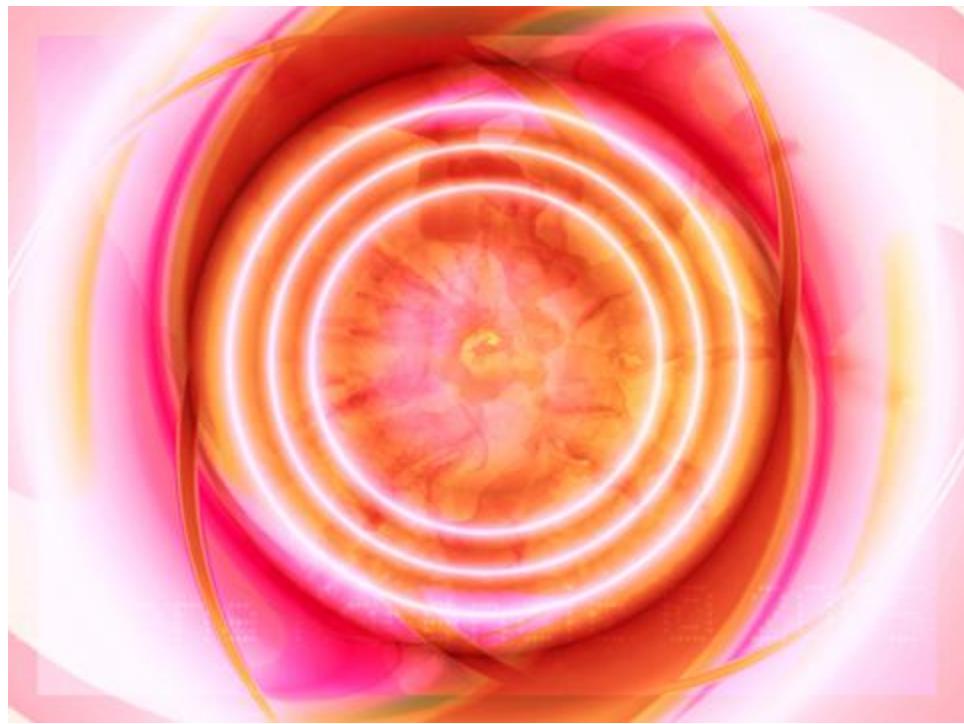


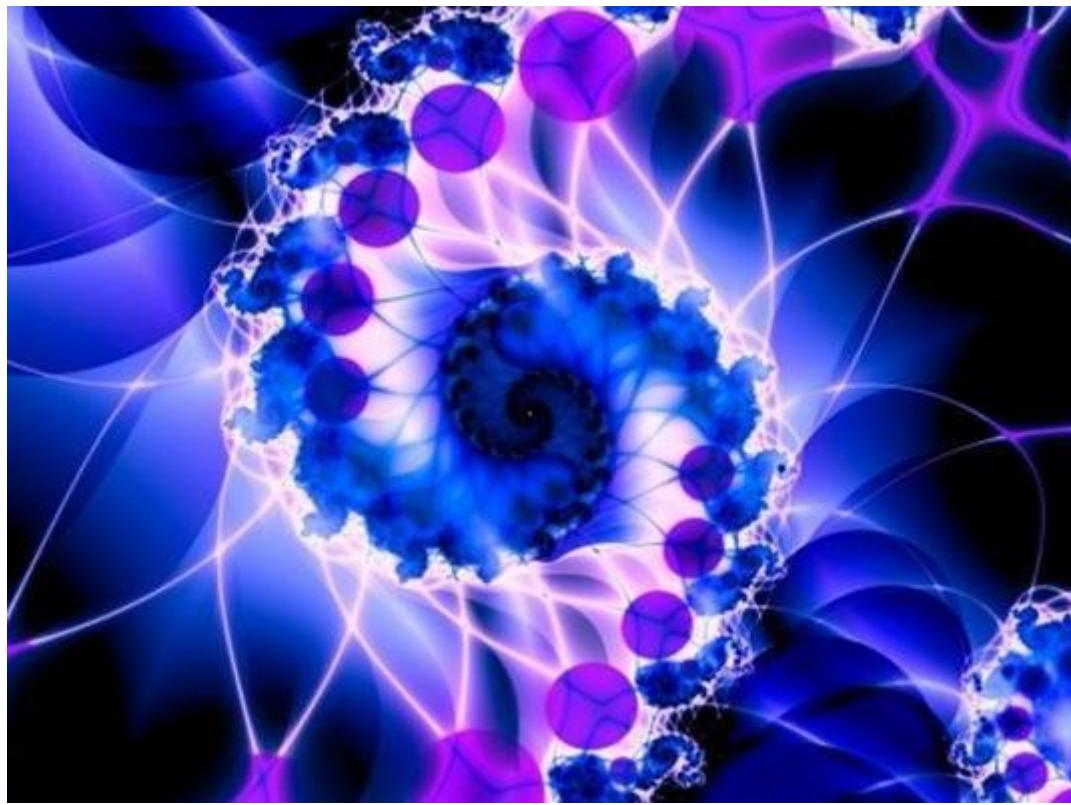
















# MATEMATIKA I BIOLOGIJA PROBLEM PČELINJEG SAĆA



Arhitektura pčelinjeg saća  
inspirirala je oduvječno pčelare,  
matematičare, astronome i mnoge  
druge učene ljudi



Pčele izgrađuju saće u obliku šesterokuta...  
Zašto taj oblik nije četverokut, peterokut,  
osmerokut, već šesterokut?



# „Problem pčela“- Antoine Ferchault

- Neka se da pravilna šetokutna uspravna prizma, omeđena sa tri vrste istostranih četverokuta, istih nagiba u odnosu na osnovicu. Koji bi treabo biti ugao između istostranih četverokutova da bi ukupna površina ove prizme imala najmanju vrijednost?



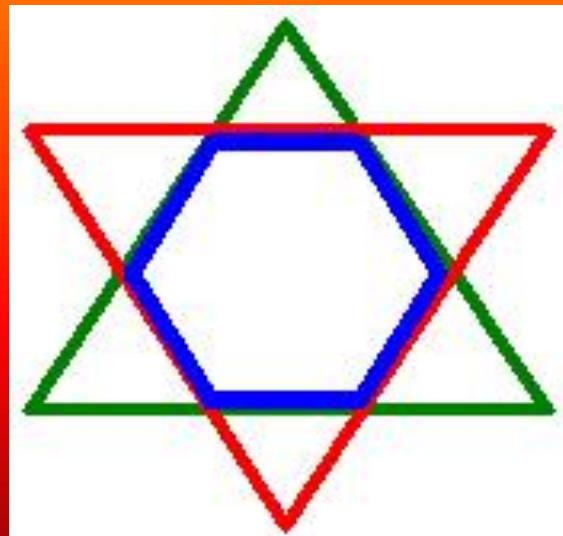
# Kako pčele prave saće?

Izradu saća radilice započinju sa nekoliko različitih strana, tako da se, na kraju ćelije sastave na sredini saća. Pčele se uhvate jedna za drugu i tako do početka istjecanja voska pčele rade i do 38 sati.



Pčela "poznaje" matricu šesterokuta, a to je jednakostranični trokut.

Ako se ta dva jednakostranična trokuta sjedine (spare) imamo sliku šesterokuta



# Zanimljivosti o pčelama:

- Znanstvenici odavno znaju da su pčele društvena bića, ali sad su otkrili da u društvu rado i popiju. Čini se da pčele, baš kao i ljudi, najviše vole jaka alkoholna pića. Kad im je ponuđen izbor između najače moguće šećerne otopine i 80 postotnog alkohola, pčelice su stale u red za šankom. "Čak smo ih uspjeli nagovoriti da popiju čisti etanol", rekao je Charles Abramson sa sveučilišta Oklahoma. "To, koliko znam, ne bi napravilo niti jedno drugo živo biće, čak ni student. "Znanstvenici pretpostavljaju da pčele, koje imaju vrlo razvijene društvene strukture, liječe svoje alkoholičare, baš kao i ljudi. One svoje prijestupnike izoliraju. Istraživači sad ispituju lijekove kojima bi mogli liječiti pčelinje poroke.



- Med pčele medarice jedna od najsigurnijih hrana – većina opasnih bakterija uopće ne mogu živjeti u medu

- Pčele med proizvode na isti način najmanje 150 milijuna godina.
- U košnici ovisno o tipu i veličini jedna pčelinja zajednica broji od 20 000 - 80 000 pčela





**Hvala na pozornosti**  
**Marljiv kao pčela**

