

"Škola matematike"

Geometrija (3. i 4. razred)

1. Tačke O i H su redom centar opisane kružnice i ortocentar trougla ABC. Tačka D je dijametralno suprotna tački A u odnosu na opisanu kružnicu oko trougla ABC. Dokazati da se duži DH i BC međusobno polove.
2. Dat je trougao ABC. Tangenta na opisanu kružnicu oko trougla ABC siječe pravu BC u tački D. Simetrala unutrašnjeg ugla BAC siječe BC u tački E. Dokazati da je $DA=DE$.
3. Tačke O i H su redom centar opisane kružnice i ortocentar trougla ABC. D je centar opisane kružnice oko trougla BHC. Dokazati da centar Eulerove kružnice trougla ABC leži na pravoj AD.
4. Tačka I je ortocentar trougla ABC. Dokazati da centar opisane kružnice oko trougla BIC leži na opisanj kružnici oko trougla ABC.
5. Tačke D, E, F se nalaze redom na stranicama trougla BC, CA, AB trougla ABC. Dokazati da se kružnice opisane oko trouglova AEF, BDF, CDE sijeku u jednoj tački.
6. U trouglu ABC vrijedi $2AB=BC+CA$. Dokazati da središta duži BC, CA i centri opisane i upisane kružnice trougla ABC leže na jednoj kružnici.
7. Tačka I je centar upisane kružnice trougla ABC koja dodiruje stranice BC i CA trougla ABC u tačkama D i E redom. Tačke K i L su simetrične tačkama D i E u odnosu na I. Ako je četverougao AKLB tetivan izračunati odnos $(BC+AC)/AB$.
8. U trouglu ABC tačke I, O, H redom centar upisane, centar opisane kružnice i ortocentar. Dokazati da je $IO=IH$ ako i samo ako je jedan od uglova trougla ABC jednak 60 stepeni.