

**BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PE DAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

Zadaci

**za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK
05.04.2013. godine**

VI razred

1. U jednoj školi od 500 učenika košarku trenira 325 učenika, a nogomet 250 učenika. Koliko se učenika bavi sa oba sporta, koliko samo košarkom i samo fudbalom ako se niti jednim od tih sportova ne bavi 35 učenika?

2. Šta je veće: $\frac{2011}{2012}$ ili $\frac{2012}{2013}$?

(Zadatak riješiti bez dijeljenja i svođenja na zajednički nazivnik)

3. Uglovi α i β su suplementni uglovi, a $\frac{2}{5}\alpha$ i β su komplementni. Izračunaj razliku uglova α i β .

4. U pravougaoniku $ABCD$ simetrala ugla kod vrha A presjeca stranicu \overline{CD} u tački E . Koliki su obim i površina pravougaonika ako je stranica $\overline{BC} = 4\text{cm}$?

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

**BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK**

Zadaci

**za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK
05.04.2013. godine**

VII razred

1. Ukupna težina guske, patke i kokoške je 12 kg. Guska je dva puta teža od patke i kokoške zajedno, a patka je tri puta teža od kokoške. Koliko je teška patka?

2. Kojim brojem treba pomnožiti zbir brojeva $2\frac{1}{2}$ i $1\frac{3}{4}$, da se dobije njihova razlika?

3. Vanjski ugao na osnovici jednakokrakog trougla odnosi se prema vanjskom uglu pri vrhu trougla kao 29 : 32. Odrediti unutrašnje uglove trougla.

4. U jednakokrakom trouglu ABC (BC osnovica) simetrale uglova na osnovici sijeku se pod uglom od 100° . Izračunati ugao između simetrale ugla (kod vrha B) i visine iz vrha B.

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

**za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK
05.04.2013. godine**

VIII razred

1. Ako je $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18}$, izračunaj vrijednost izraza $\frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}$.

2. Riješi jednačinu:
$$\frac{1}{2}(2 + x) + \frac{3(4 + x)}{7} = \frac{7}{5}(8 - x) - \frac{3(5x - 1)}{14}$$

3. Kvadrat ABCD ima stranicu dužine 4 cm. Tačke P i Q su sredine stranica AB i BC.
 - a) Odredi dužine stranica trougla DPQ;
 - b) Kolika je površina trougla DPQ?

4. U unutrašnjosti pravougaonika ABCD data je tačka P. Ako je $\overline{PA} = 7\text{cm}$, $\overline{PB} = 2\text{cm}$, $\overline{PC} = 6\text{cm}$. Kolika je udaljenost tačke P od tačke D?

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadatka traje 90 minuta.

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA I
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

**za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK
05.04.2013. godine**

VIII/8 ili IX/9 razred

1. Izračunaj bez upotrebe digitrona:

$$\sqrt{108^2 + 24^2 + 72^2}.$$

2. Prava $p: 3x - 4y - 1 = 0$ siječe pravu $a: y = \frac{5}{3}x - 3$ u tački A, a pravu $b: 5x + 4y - 55 = 0$ u tački B. Izračunaj udaljenost između tačaka A i B.

3. Dužina veće osnovice jednakokrakog trapeza je 44 cm. Dužina bočne stranice je 17 cm, a dužina dijagonale je 39 cm. Koliko je površina tog trapeza?

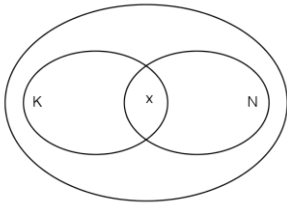
4. Izračunaj vrijednost izraza $\frac{x+2y}{x-2y}$, ako je $x^2+4y^2=5xy$, $0 < x < y$.

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadatka traje 90 minuta.

RJEŠENJA

VI razred

1.



Neka je x broj učenika koji se bave i košarkom i nogometom.

Broj učenika koji se bave sportom je umanjen od ukupnog broja za 35:

$$500 - 35 = 465$$

$$\begin{aligned} \text{Dakle, } x &= (325 + 250) - 465 = \\ &= 575 - 465 = \\ &= 110. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} K \cap N = x \qquad \qquad \qquad K = 325 - 110 = 215 \\ N = 250 - 110 = 140 \\ X \qquad \qquad \qquad = 110 \\ 35 \\ \hline \Sigma \qquad \qquad \qquad 500 \end{array}$$

2.

Oba razlomka su manja od jedan jer je brojilac veći.
Veći je onaj razlomak čija je dopuna do jedinice manja

$$\frac{2011}{2012} : \qquad 1 - \frac{2011}{2012} = \frac{1}{2012}$$

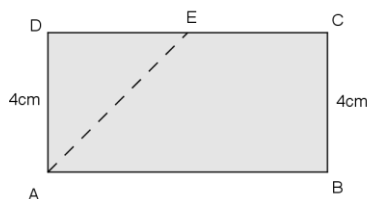
$$\frac{2012}{2013} : \qquad 1 - \frac{2012}{2013} = \frac{1}{2013}$$

Veći razlomak (jednakih imenilaca) je onaj čiji je brojilac manji

$$\frac{1}{2012} > \frac{1}{2013} \qquad \text{Dakle,} \qquad \frac{2011}{2012} < \frac{2012}{2013}$$

$$3. \left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = 180^\circ \\ \frac{2}{5}\alpha + \beta = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{5}\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 150^\circ, \beta = 30^\circ \Rightarrow \underline{\alpha - \beta = 120^\circ}$$

4.



$$\left. \begin{array}{l} \angle DAE = \angle BAE = 45^\circ \\ \angle ADE = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle DEA = 45^\circ$$

Dakle, trougao AED je jednakokraki pa je $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EC} = 4\text{cm}$, a odavde slijedi da je:

$$\overline{CD} = \overline{AB} = 8\text{cm}.$$

$$O = 2(\overline{AB} + \overline{AD}) = 2(8 + 4) = 24\text{cm}$$

$$P = \overline{AB} \cdot \overline{AD} = 8 \cdot 4 = 32\text{cm}^2$$

VII razred

1. Neka je G oznaka za gtusku, P- oznaka za patku i K, oznaka za kokošku.

Imamo:

$$G+P+K = 12, G= 2(P+K), P=3K, P=?$$

$$G=2(3K+K)= 8K$$

$$G+P+K=12 \rightarrow 8K+3K+K=12 \rightarrow 12K=12, \text{ tj. } K=1 \text{ kg, pa je } P=3K, \text{ a } G=8 \text{ kg}$$

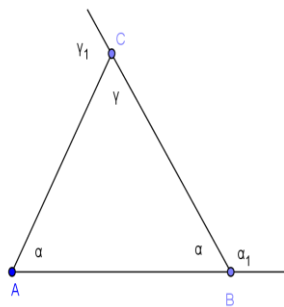
$$2. \left(2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}\right) \cdot x = \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2} + \frac{7}{4}\right) \cdot x = \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{4}\right) \Rightarrow \frac{17}{4}x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{17}$$

3. I

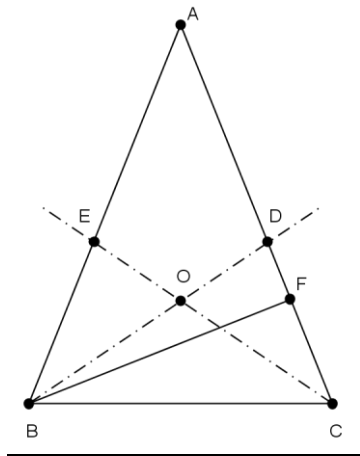
$\alpha_1 : \backslash$

:

c



4.



$$\angle ABC = \angle ACB = \beta$$

$$\frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{2} + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\beta = 80^\circ$$

Iz pravouglog trougla BCF je

$$\angle FBC = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$$

$$\angle DBF = \angle DBC - \angle FBC = 40^\circ - 10^\circ = 30^\circ.$$

VIII razred

1. Nakon dijeljenja izraza

$$\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18} \quad (= \sqrt{2 \cdot 9} = 3\sqrt{2}) \quad \text{sa } \sqrt{2} \text{ dobijamo } x - y = 3$$

$$\text{Iz } \frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{(\sqrt{3})^2} x - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 3 = \sqrt{3}$$

2.

$$\frac{2}{5} + \frac{x}{5} + \frac{12 + 3x}{7} = \frac{56}{5} - \frac{7x}{5} - \frac{15x - 3}{14}$$

$$28 + 14x + 10(12 + 3x) = 784 - 98x - 5(15x - 3)$$

$$28 + 14x + 120 + 30x = 784 - 98x - 75x + 15$$

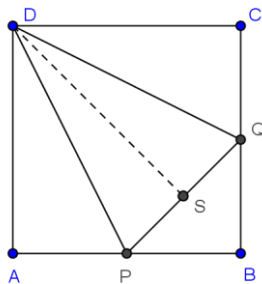
$$148 + 44x = 799 - 173x$$

$$217x = 651$$

$$x = \frac{651}{217}$$

$$x = 3$$

3.



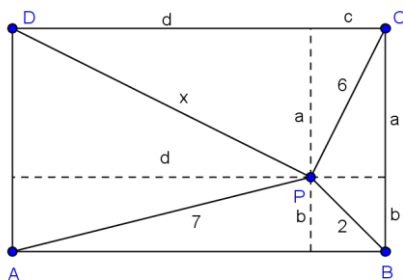
Iz pravouglog trougla PBQ imamo $\overline{PQ}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{BQ}^2$
odakle je $\overline{PQ} = 2\sqrt{2}\text{cm}$.

Iz pravouglog trougla APD imamo $\overline{PD} = 2\sqrt{5}\text{cm}$.

Iz pravouglog trougla PDS imamo $h = 3\sqrt{2}\text{cm}$ pa je

$$P = \frac{\overline{PQ} \cdot h}{2} = 6\text{cm}^2$$

4.



$$x^2 = a^2 + d^2, a^2 = 6^2 - c^2 d^2 = 7^2 - b^2 c^2 = 2^2 - b^2$$

$$x^2 = 36 - c^2 + 49 - b^2 = 36 - (4 - b^2) + 49 - b^2 =$$

$$36 - 4 + b^2 + 49 - b^2$$

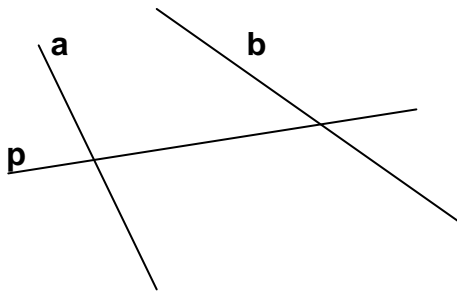
$$= 36 + 49 = 81 \quad x = \sqrt{81} = 9\text{cm}$$

Tačka P je udaljena 9cm od tačke D.

Viii/8 ili IX/9 razred

$$\begin{aligned}
 1. & \sqrt{108^2 + 24^2 + 72^2} = \\
 & = \sqrt{(12 \cdot 9)^2 + (12 \cdot 2)^2 + 7(12 \cdot 6)^2} = \sqrt{12^2(9^2 + 2^2 + 6^2)} = \sqrt{12^2(81 + 4 + 36)} \\
 & = \sqrt{12^2 \cdot 121} = \sqrt{12^2 \cdot 11^2} = 12 \cdot 11 = 132
 \end{aligned}$$

2.



Treba naći presječne tačke prave p sa pravama a i b.

$$A \equiv p \cap aB \equiv p \cap b$$

$$3x-4y-1=0 \qquad 3x-4y-1=0$$

$$\underline{5x+4y-55=0y=\frac{5}{3}x-3}$$

.....

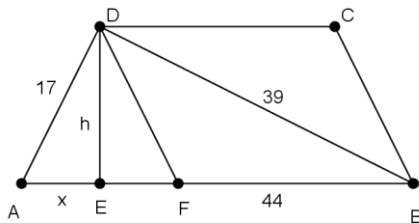
.....

$$B(7,5) \qquad A(3,2)$$

Na kraju, koristeći odgovarajuću sliku sa predstavljenim tačkama A i B u koordinatnom sistemu možemo uočiti odgovarajući pravougli trokut i primjeniti Pitagorinu teoremu:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2} = \dots = 5$$

3. Neka je $\overline{DE} = h$, dužina visine trapeza ABCD, te $\overline{AE} = x$.



Tada je $\overline{BE} = 44 - x$.

Primjenom Pitagorine teoreme na ΔAED , odnosno ΔBED , dobivamo: $x^2 = 17^2 - h^2$ i $h^2 = 39^2 - (44 - x)^2$ (1)

Pošto su lijeve strane jednake, tada je: $39^2 - (44 - x)^2 = 17^2 - x^2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 8$ cm.

Iz (1) $h^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225 \Leftrightarrow h = 15$ cm.

Kako je ΔAFD jednakokraničan, slijedi da je $x = \frac{a-c}{2}$, pa je $8 = \frac{44-c}{2} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow c = 28$ cm.

Na kraju možemo odrediti površinu trapeza: $P = \frac{(a+c)}{2} \cdot h = \dots = 540$ cm².

5. Poći ćemo od:

$$\left(\frac{x+2y}{x-2y}\right)^2 = \frac{x^2+4xy+4y^2}{x^2-4xy+4y^2} = \frac{(x^2+4y^2)+4xy}{(x^2+4y^2)-4xy} = \frac{5xy+4xy}{5xy-4xy} = \frac{9xy}{xy} = 9 \Leftrightarrow \frac{x+2y}{x-2y} = 3 \text{ ili } \frac{x+2y}{x-2y} = -3.$$

Kako je $0 < x < y$, to je $\frac{x+2y}{x-2y} = -3$ jedino rješenje.