BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
P E DAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA i
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK
05.04.2013. godine

VI razred

1. U jednoj školi od 500 učenika košarku trenira 325 učenika, a nogomet 250 učenika. Koliko se učenika bavi sa oba sporta, koliko samo košarkom i samo fudbalom ako se niti jednim od tih sportova ne bavi 35 učenika?

2. Šta je veće: $\frac{2011}{2012}$ ili $\frac{2012}{2013}$?

   (Zadatak riješiti bez dijeljenja i svođenja na zajednički nazivnik)

3. Uglovi α i β su suplementni uglovi, a $\frac{2}{5}$α i β su komplementni. Izračunaj razliku uglova α i β.

4. U pravougaoniku *ABCD* simetrala ugla kod vrha *A* presjeca stranicu $\overline{CD}$ u tački *E.* Koliki su obim i površina pravougaonika ako je stranica $\overline{BC} = 4$cm?

****
Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA i
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK
05.04.2013. godine

VII razred

1. Ukupna težina guske, patke i kokoške je 12 kg. Guska je dva puta teža od patke i kokoške zajedno, a patka je tri puta teža od kokoške. Koliko je teška patka?

2. Kojim brojem treba pomnožiti zbir brojeva $2\frac{1}{2}$ i $1\frac{3}{4}$, da se dobije njihova razlika?

3. Vanjski ugao na osnovici jednakokrakog trougla odnosi se prema vanjskom uglu pri vrhu trougla kao 29 : 32. Odrediti unutrašnje uglove trougla.

4. U jednakokrakom trouglu ABC (BC osnovica) simetrale uglova na osnovici sijeku se pod uglom od 100°. Izračunati ugao između simetrale ugla(kod vrha B) i visine iz vrha B.

****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA i
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK
05.04.2013. godine

VIII razred

1. Ako je $\sqrt{2}x-\sqrt{2}y=\sqrt{18}$, izračunaj vrijednost izraza $\frac{\sqrt{3}x}{3}-\frac{y}{\sqrt{3}}$.

2. Riješi jednačinu:

$$\frac{1}{2}(2+x)+\frac{3(4+x)}{7}=\frac{7}{5}(8-x)-\frac{3(5x-1)}{14}$$

3. Kvadrat ABCD ima stranicu dužine 4 cm. Tačke P i Q su sredine stranica AB i BC.
   a) Odredi dužine stranica trougla DPQ;
   b) Kolika je površina trougla DPQ?

4. U unutrašnjosti pravougaonika ABCD data je tačka P. Ako je $\overline{PA}=7cm$, $\overline{PB}=2cm$, $\overline{PC}=6cm$. Kolika je udaljenost tačke P od tačke D?

****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
TUZLANSKI KANTON
PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA i
UDRUŽENJE MATEMATIČARA TK

Zadaci

za općinsko takmičenje učenika osnovnih škola TK
05.04.2013. godine

VIII/8 ili IX/9 razred

1. Izračunaj bez upotrebe digitrona:

$$\sqrt{108^2 + 24^2 + 72^2}.$$

2. Prava p: *3x - 4y – 1=0* siječe pravu a: $y = \frac{5}{3}x - 3$ u tački A, a pravu b: *5x + 4y – 55 = 0* u tački B. Izračunaj udaljenost između tačaka A i B.

3. Dužina veće osnovice jednakokrakog trapeza je 44 cm. Dužina bočne stranice je 17 cm, a dužina dijagonale je 39 cm. Koliko je površina tog trapeza?

4. Izračunaj vrijednost izraza $\frac{x+2y}{x-2y}$, ako je x^2+4y^2=5xy, 0<x<y.

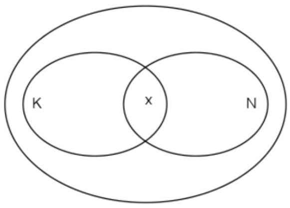
****

Svaki tačno urađeni zadatak boduje se sa 25 bodova.
Izrada zadataka traje 90 minuta.

RJEŠENJA

<u>VI razred</u>

1.



Neka je x broj učenika koji se bave i košarkom i nogometom.

Broj učenika koji se bave sportom je umanjen od ukupnog broja za 35:

500-35=465

Dakle, x=(325+250)-465=
=575-465=
=110.

K∩N=x

K=325-110=215
N=250-110=140
X =110
35

Σ 500

2.

Oba razlomka su manja od jedan jer je brojilac veći.
Veći je onaj razlomak čija je dopuna do jedinice manja

$\frac{2011}{2012}$: $1-\frac{2011}{2012}=\frac{1}{2012}$

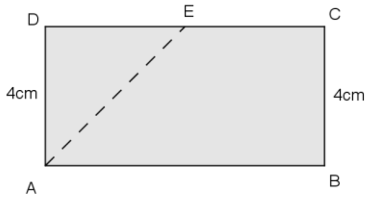
$\frac{2012}{2013}$: $1-\frac{2012}{2013}=\frac{1}{2013}$

Veći razlomak (jednakih imenilaca) je onaj čiji je brojilac manji

$\frac{1}{2012}>\frac{1}{2013}$ Dakle, $\frac{2011}{2012}<\frac{2012}{2013}$.

3. $\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=180^\circ\\ \frac{2}{5}\alpha+\beta=90^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{3}{5}\alpha=90^\circ \Rightarrow \alpha=150^\circ,\ \beta=30^\circ \Rightarrow$ **<u>α – β=120°</u>**

4.



$\left.\begin{array}{l}\sphericalangle DAE=\sphericalangle BAE=45^\circ\\ \sphericalangle ADE=90^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \sphericalangle DEA=45^\circ.$

Dakle, trougao AED je jednakokraki pa je $\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{EC}=4$cm, a odavde slijedi da je:

$\overline{CD}=\overline{AB}$ =8cm.

$O=2(\overline{AB}+\overline{AD})=2(8+4)=24$cm

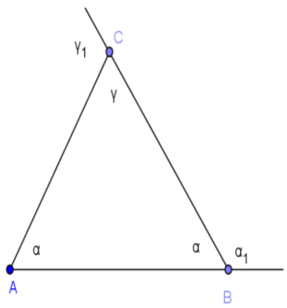
$P=\overline{AB}\cdot\overline{AD}=8\cdot 4=32\text{cm}^2$

<u>VII razred</u>

1. Neka je G oznaka za gtusku, P- oznaka za patku i K, oznaka za kokošku.
   Imamo:
   G+P+K = 12, G= 2(P+K), P=3K, P=?
   G=2(3K+K)= 8K
   G+P+K=12→8K+3K+K=12 →12K=12,l tj. K=1 kg, pa je P=3KG, a G=8 kg

2. $(2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4})\cdot x = (2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}) \Leftrightarrow (\frac{5}{2} + \frac{7}{4})\cdot x = (\frac{5}{2} - \frac{7}{4}) \Rightarrow \frac{17}{4}x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{17}$

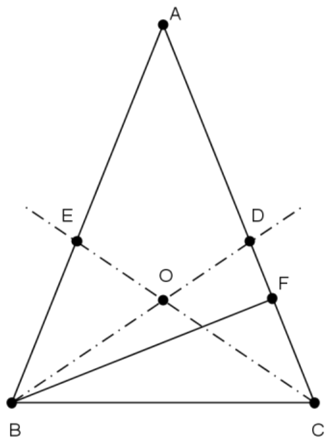
3. I



α_1 : \

c

4.



<ABC=<ACB=β

$$\frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{2} + 100° = 180°$$

β=80°

Iz pravouglog trougla BCF je

<FBC=90°-80°=10°

<DBF=<DBC-<FBC=40°-10°=**30°**.

<u>VIII razred</u>

1. Nakon dijeljenja izraza

$\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18}\ (= \sqrt{2 \cdot 9} = 3\sqrt{2})$ sa $\sqrt{2}$ dobijamo $x - y = 3$

Iz $\frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{(\sqrt{3})^2}x - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}3 = \sqrt{3}$

2.

$$\frac{2}{5} + \frac{x}{5} + \frac{12+3x}{7} = \frac{56}{5} - \frac{7x}{5} - \frac{15x-3}{14}$$

$$28 + 14x + 10(12+3x) = 784 - 98x - 5(15x-3)$$

$$28 + 14x + 120 + 30x = 784 - 98x - 75x + 15$$

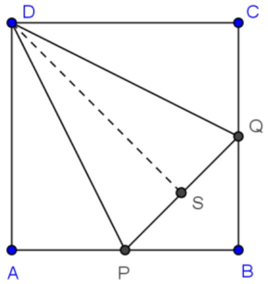
$$148 + 44x = 799 - 173x$$

$$217x = 651$$

$$x = \frac{651}{217}$$

$$x = 3$$

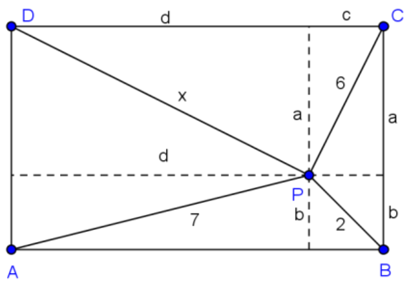
3.



Iz pravouglog trougla PBQ imamo $\overline{PQ}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{BQ}^2$ odakle je $\overline{PQ} = 2\sqrt{2}$cm.
Iz pravouglog trougla APD imamo $\overline{PD} = 2\sqrt{5}$cm.
Iz pravouglog trougla PDS imamo $h = 3\sqrt{2}$cm pa je

$$P = \frac{\overline{PQ} \cdot h}{2} = 6\text{cm}^2$$

4.



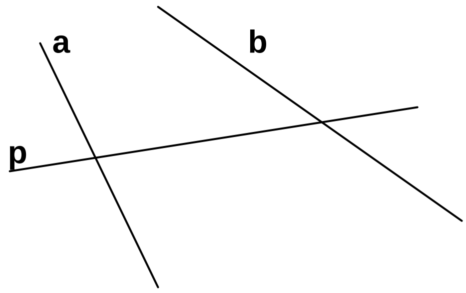
$x^2 = a^2 + d^2, a^2 = 6^2 - c^2 d^2 = 7^2 - b^2 c^2 = 2^2 - b^2$

$x^2 = 36 - c^2 + 49 - b^2 = 36 - (4 - b^2) + 49 - b^2 = 36 - 4 + b^2 + 49 - b^2$
$= 36 + 49 = 81 x = \sqrt{81} = 9$cm
Tačka P je udaljena 9cm od tačke D.

Viil/8 Ili IX/9 razred

1. $\sqrt{108^2+24^2+72^2}=$
$=\sqrt{(12\cdot 9)^2+(12\cdot 2)^2+7(12\cdot 6)^2}$=$\sqrt{12^2(9^2+2^2+6^2)}$=$\sqrt{12^2\ (81+4+36)}$
=$\sqrt{12^2\ \cdot 121}$ = $\sqrt{12^2\ \cdot 11^2}$= 12·11= 132

2.



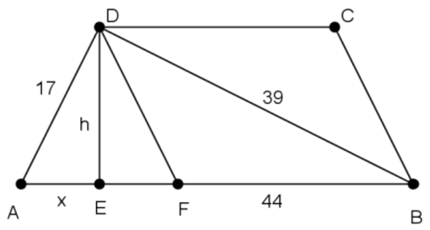
Treba naći presječne tačke prave p sa pravama a i b.
$A \equiv p \cap a B \equiv p \cap b$

3x-4y-1=0 3x-4y-1=0
5x+4y-55=0y=$\frac{5}{3}x-3$
....
....
B(7,5) A(3,2)

Na kraju, koristeći odgovarajuću sliku sa predstavljenim tačkama A i B u koordinatnom sistemu možemo uočiti odgovarajući pravougli trokut i primjeniti Pitagorinu teoremu:

$\overline{\boldsymbol{AB}}=\sqrt{(\boldsymbol{x_2}-\boldsymbol{x_1})^2-(\boldsymbol{y_2}-\boldsymbol{y_1})^2}$**=........= 5**

3.Neka je $\overline{DE}=h$, dužina visine trapeza ABCD , te $\overline{AE}=x$.



Tada je $\overline{BE}=44-x$.
Primjenom Pitagorine teoreme na ΔAED, odnosno ΔBED,
dobivamo:$\boldsymbol{x^2}=\boldsymbol{17^2}-x^2$ i h^2=$39^2-(44-x)^2$ (1)

Pošto su lijeve strane jednake, tada je:$39^2-(44-x)^2$=17^2-x^2⇔......⇔x=8 cm.
Iz (1)h^2=17^2-8^2=289-64=225 ⇔h=15 cm.
Kako je ΔAFD jednakostraničan, slijedi da je x= $\frac{a-c}{2}$, pa je 8=$\frac{44-c}{2}$⇔ ...⇔**c=28 cm**.
Na kraju možemo odrediti površinu trapeza: P= $\frac{(a+c)}{2}\cdot h$= ....= **540 cm²**.

5. Poći ćemo od:

$\left(\frac{x+2y}{x-2y}\right)^2$=$\frac{x^2+4xy+4y^2}{x^2-4xy+4y^2}$=$\frac{(x^2+4y^2)+4xy}{(x^2+4y^2)-4xy}$=$\frac{5xy+4xy}{5xy-4xy}$=$\frac{9xy}{xy}$=9 ⇔$\frac{x+2y}{x-2y}=3\ ili\ \frac{x+2y}{x-2y}=-3$.

Kako je 0<x<y, to je x-2y<0, pa je $\frac{x+2y}{x-2y}=-3$ jedino rješenje.