

GEOMETRIJA 2

Zadaci za 1. i 2. razred

Salem Malikić

Zadatak 1. Neka je $ABCDE$ konveksan i tangentan (u koji se može upisati kružnica) petougao i $\angle BAE = \angle DCB = \angle AED = 90^\circ$. Izračunati vrijednost ugla ACE .

Zadatak 2. Dijagonale AC i BD četverougla $ABCD$ sijeku se u tački O . Poznato je da je dijagonala BD okomita na stranicu AD , $\angle BAD = \angle BCD = 60^\circ$ i $\angle ADC = 135^\circ$. Dokazati da je $OB = 2 \cdot DO$.

Zadatak 3. Tačka P leži u unutrašnjosti trougla ABC . Označimo sa O_A, O_B i O_C centre kružnica opisanih oko trouglova PBC, PAC i PAB , respektivno. Neka je O_P centar kružnice opisane oko $O_A O_B O_C$. Ako je P ortocentar trougla ABC dokazati da je $O_P \equiv P$.

Zadatak 4. Dat je paralelogram $ABCD$ u kome je $AC > BD$, a tačka O je tačka presjeka dijagonala AC i BD . Krug sa centrom u O i poluprečnikom jednakim OA siječe produžetke od AD i AB u tačkama G i L , respektivno. Neka je Z tačka presjeka pravih BD i GL . Dokazati da je $\angle ZCA = 90^\circ$.

Zadatak 5. U pravougloj trapezu $ABCD$ ($AB \parallel CD$) ugao kod vrha B je jednak 75° . Tačka H je podnožje normale iz A na BC . Ako je $BH = DC$ i $AD + AH = 8$, naći površinu trapeza $ABCD$.

Zadatak 6. Neka je M tačka na stranici BC kvadrata $ABCD$ različita od vrhova B i C . Prava koja sadrži M siječe dijagonalu AC i pravu AB u tačkama N i P , respektivno. Ako je $MN = DN$ izračunati vrijednost ugla MPD .

Zadatak 7. Tačka M je sredina stranice BC trougla ABC ($AB > AC$) a AL je simetrala ugla BAC . Prava koja prolazi kroz M i okomita je na AL siječe AB u tački D . Dokazati da je $AD + MC$ jednako poluobimu trougla ABC .

Zadatak 8. Tačke M i L su sredine stranica AB i BC jednakokrakog trougla ABC ($BC = AC$). Tačka N je uzeta na stranici AC tako da je $NA + AM = LN = LM$. Izračunati $\angle NLM$.

Zadatak 9. Neka su AA_1, BB_1 i CC_1 visine u oštrogglom trouglu ABC (pri čemu A_1, B_1 i C_1 leže na odgovarajućim stranicama trougla). Dokazati da podnožja normala iz tačke C_1 na AC, BC, BB_1 i AA_1 leže na jednoj pravoj.

Zadatak 10. U jednakokrakom trouglu ABC ($AB = AC$) ugao pri vrhu A je jednak 30° a tačke Q i P su uzete na stranici AB i težišnici AD , respektivno, tako da je $PC = PQ$ ($Q \neq B$). Izračunati $\angle PQC$.

Zadatak 11. Dat je tetivan četverougao $ABCD$. Tačke C_1 i A_1 su uzete na polupravima BA i DC , respektivno, tako da vrijedi $DA = DA_1$ i $BC = BC_1$. Dokazati da dijagonala BC prolazi sredinom segmenta A_1C_1 .